Haute école pédagogique

Avenue de Cour 33 — CH 1014 Lausanne

Master of Arts et Diplôme d'enseignement spécialisé

Dyscalculie et enseignement spécialisé

Le cas de Manon

Mémoire professionnel

Auteur Martine Klein

Sous la direction de Thierry Dias

Membres(s) du jury Éric Tardif

Lausanne, Mai 2013

Table des Matières

Même si très peu d’enfants appartiennent au groupe des dyscalculiques, tel qu’il est habituellement défini, il apparaît toujours légitime, et même recommandé, d’analyser les démarches mathématiques et les points d’achoppement d’une population qui rencontre une situation d’échec dans le champ numérique. Il convient, [...]*, de prendre en compte les souffrances indéniables d’écoliers qui se sentent incapables d’apprendre et d’essayer d’y apporter remède.*

Claire Meljac (2010, p. 42)

1 Introduction

Le sujet traité dans ce mémoire est la dyscalculie, un terme que l'on rencontre de plus en plus fréquemment dans le monde scolaire. Bien que la dyscalculie définisse des problèmes particuliers rencontrés par nos élèves, ceux-ci sont encore largement méconnus. Cependant, pour Meljac, il ne faut pas se focaliser uniquement sur le diagnostic de quelques enfants mais il s'agit de prendre en compte tous les élèves qui souffrent d'incompréhension dans le domaine des mathématiques. Elle suggère d'analyser la source des difficultés rencontrées et de mettre en place une remédiation adéquate.

Lorsqu'on travaille en enseignement spécialisé, il arrive fréquemment que l'on rencontre des élèves qui sont très faibles en mathématiques. Ceux-ci se trouvent démunis face à leurs travaux relatifs au champ numérique et/ou géométrique et ne saisissent pas « pourquoi ils ne comprennent pas »! L'incapacité à maîtriser ce domaine si spécifique les amène souvent à se déprécier et à construire une image négative d'eux-mêmes. De ce fait, ils se trouvent dans l'impuissance de s'investir dans cet apprentissage qui est si énigmatique pour eux.

Le présent travail s'inscrit dans l'intention de mieux comprendre ce qu'est la dyscalculie afin de répondre aux besoins spécifiques des élèves souffrant de ce symptôme. Au-delà de ce projet particulier, nous garderons à l'esprit que la prise en charge proposée pour remédier aux difficultés liées à cette problématique pourra aussi bien s'appliquer à tous les élèves qui se disent « nuls en maths ».

Depuis 4 ans, nous travaillons en tant qu'enseignante spécialisée dans un établissement scolaire situé dans la campagne vaudoise. Notre établissement primaire et secondaire accueille des élèves âgés de 4 à 16 ans ; ils suivent le cycle initial, le cycle primaire puis le cycle secondaire (1ère à 11ème HARMOS).

Nous sommes mandatée pour apporter un renfort pédagogique intégré (RPI) aux élèves ayant des besoins spécifiques, dans le but de favoriser leur intégration scolaire et sociale au sein des classes régulières de notre établissement. Outre notre aide à l'élève, nous devons nous associer aux enseignants réguliers pour les soutenir et les conseiller, leur offrir un regard extérieur et trouver des solutions aux difficultés qui surgissent à l'école.

Le mandat spécifie que notre intervention auprès de l'élève est de deux à quatre périodes par semaine et qu'elle est dispensée à l'intérieur ou à l'extérieur de la classe. La pertinence du soutien RPI est réévaluée régulièrement en collaboration avec l'enseignant titulaire.

Notre mission implique également de rencontrer les parents régulièrement avec l'enseignant titulaire, afin de les informer et les inclure dans le projet de leur enfant. Le cas échéant, nous participons aux réseaux concernant nos élèves (cf. annexe 9.1).

Au début de l'année scolaire 2012-2013, on nous a confié Manon[1], une élève diagnostiquée dyscalculique par la logopédiste, afin de la soutenir dans ses apprentissages. Manon est une élève très studieuse, toujours appliquée en classe ; elle travaille énormément à la maison pour pallier à ses faiblesses. Elle a beaucoup de difficultés en mathématiques alors qu'elle a de bons résultats en français et dans les autres branches scolaires. Elle est en deuxième année du deuxième cycle primaire (CYP22, future 6^e^ Harmos) et suit le programme de 4^e^ primaire. Elle a onze ans. Elle a fait son premier cycle primaire (CYP1, futures 4^e^ et 5^e^ Harmos) en trois ans du fait de ses lacunes en mathématiques. Pendant cette période, elle a été suivie pendant sept mois par la logopédiste qui a établi le diagnostic.

1.1 Dimension psychologique des troubles rencontrés par nos élèves

Nous nous sommes dès lors intéressée à la nouvelle problématique qui nous était posée, à savoir comment prendre en charge une élève diagnostiquée dyscalculique.

Ce questionnement nous a rappelé les difficultés récurrentes que rencontrent nos élèves en mathématiques. Pourquoi certains élèves sont faibles en mathématiques alors qu'ils ont de bons résultats dans toutes les autres branches ? Un élément de réponse est suggéré par Boimare (2010) qui décrit un fonctionnement intellectuel singulier, basé sur un évitement de

---

[1] Manon est un prénom d'emprunt.

la réflexion. Celui-ci entraîne une incompétence en ce qui concerne la maîtrise de la langue parlée. Boimare cite la *langue parlée* : celle-ci est évidemment essentielle lorsqu'on aborde les *mathématiques* ! Il nomme ainsi de ce qu'il appelle l'« empêchement de penser » et poursuit en affirmant que le "travail de sape que provoque l'empêchement de penser sur les quatre piliers de l'apprentissage : le comportement, la curiosité, le langage et le fonctionnement intellectuel sont perturbés par l'inquiétude et le malaise" (p. 15).

Dès notre première rencontre, Manon confirme cet empêchement de penser. Elle parle de son angoisse et de son incapacité à réfléchir lorsqu'elle aborde son sujet de hantise, les mathématiques. Elle mentionne qu'elle a souvent « mal au ventre » lorsqu'elle doit résoudre un problème ou lorsqu'elle est interrogée en maths ! Elle ne peut faire preuve de curiosité, bien qu'elle l'eût souhaité, car elle dit « ne pas savoir à quoi penser » !

Cette difficulté à comprendre de quoi il retourne est évoquée par Siety (2012) qui parle de « souffrance mathématique » lorsque ses interlocuteurs lui racontent "le souvenir de cours qui semblaient incompréhensibles, parfois les sarcasmes endurés, et l'impression, terriblement pénible en réalité, d'être *nul* : inexistant, réduit à rien" (p. 13-14).

1.2 L'orientation de notre recherche

Au vu du diagnostic de Manon, il fut essentiel d'appréhender ce nouveau problème dont on parle depuis quelques années : **la dyscalculie**. Celle-ci est mentionnée dans les différents troubles de l'apprentissage dont peuvent souffrir nos élèves.

Les recherches sur la dyscalculie se sont grandement développées ces dernières années.

C'est Dehaene (2010) qui est l'un des pionniers du questionnement sur la dyscalculie développementale en France. Dans son livre *La Bosse des maths,* dont la première édition date de 1995, il propose de "revisiter l'arithmétique avec l'œil pointilleux du biologiste, sans pour autant négliger ses dimensions culturelles, […] et d'examiner dans quelle mesure [les méthodes d'enseignement des mathématiques] se sont naturellement adaptées aux contraintes du cerveau" (p.12-13). Il souhaite en outre traquer "les nombres jusque dans les sillons du cortex cérébral" (p. 13).

Les obstacles liés à l'apprentissage du domaine mathématique sont habituels; mais lorsque ceux-ci persistent, un trouble peut s'installer. Et selon Fayol (2012) se pose alors:

> *Un triple problème: sa délimitation – quand passe-t-on d'une difficulté à un trouble ? – son origine – pourquoi tel ou tel individu ne parvient-il pas à surmonter une difficulté ? – et celui de sa remédiation – comment procéder pour éliminer ou contourner les difficultés ? (p. 97)*

C'est à la fin du XX^{e} siècle que plusieurs études ont vu le jour et que le terme de « dyscalculie développementale» a été défini. Fischer (2009) propose de faire le tour de la question dans la revue française Approche Neuropsychologique des Apprentissages chez l'Enfant (A.N.A.E.) car "des milliers d'adolescents […] souhaiteraient aborder leur vie professionnelle sans ce fameux « *complexe mathématique* » qui subsiste souvent à l'âge adulte" (p. 115).

Les propos tenus dans ces contributions nous ont éclairée au sujet de notre questionnement. Nous avons découvert que les chercheurs parlant de dyscalculie se posaient des questions similaires aux nôtres et qu'ils nous apportaient un regard nouveau quant aux difficultés rencontrées par Manon.

C'est ainsi que notre recherche s'est inscrite dans l'intention de cibler les difficultés que rencontre notre élève diagnostiquée « dyscalculique » et de questionner la théorie en fonction de nos constats, ceci afin d'élaborer des moyens susceptibles de l'aider à améliorer son potentiel en mathématiques.

1.3 Les premiers constats

Manon a de grandes difficultés de compréhension en mathématiques, alors qu'elle montre de bonnes compétences en français et dans les autres branches de son programme scolaire. Ses productions nous laissent souvent interloquée; ses incompréhensions nous étonnent et certaines de ses démarches nous paraissent enfantines !

Par exemple, Manon montre des capacités excellentes lorsqu'elle fait un travail d'explication de texte. Elle n'a aucune peine à comprendre le discours découvert à la lecture du récit à étudier ; elle sait très bien répondre aux questions posées et faire des inférences. Dès lors, pourquoi a-t-elle autant de peine à comprendre une situation donnée lorsqu'elle découvre un problème de mathématiques ?

Car lorsqu'elle lit un problème de mathématiques, elle le reformule sans peine, puis elle demande quelle opération elle doit faire… Elle n'a aucune idée de l'opération idoine à appliquer. Elle peut aussi bien proposer une addition, puis une soustraction, puis une multiplication pour le même énoncé. En outre, Manon arrive à mener une réflexion correcte lors d'exercices mathématiques compliqués et trouver la bonne réponse un jour, mais elle n'arrive plus à gérer le même genre de démarche quelques jours plus tard. Que cache cette incompréhension totale d'un message écrit sous forme de problème à résoudre ?

Elle écrit « 100307 » pour « cent trente-sept » sur son cahier ; elle n'arrive pas à écrire un nombre de quatre chiffres sur sa machine à calculer. Elle a besoin d'utiliser ses doigts pour connaître les réponses des petites additions basiques ou celles des livrets.

Enfin, elle pose cette question récurrente : « A quoi je dois réfléchir » ?

Toutes ces observations nous ont amenée à nous intéresser au raisonnement qui sous-tend la bonne compréhension du langage utilisé en mathématiques et aux causes qui empêchent Manon de bien comprendre les situations étudiées dans ce domaine. Selon Houdé (2008):

> *Par rapport à l'architecture cognitive, le raisonnement est en quelque sorte le toit de la maison […]. Une fois ce toit posé et bien isolé (on verra que l'isolation n'est jamais parfaite), les traitements quantitatifs (nombres) et/ou qualitatifs (catégorisation) du cerveau peuvent porter non seulement sur des objets concrets, mais aussi sur des hypothèses et déductions (objets de pensée), voire des sentiments ; la maison de la cognition est dès lors animée de fond en comble ! (p.99)*

L’homme possède dès la naissance les structures mentales pour acquérir des compétences. Mais, parmi toutes les espèces, il est le seul à apprendre en associant des symboles à des concepts.

(Dehaene, 2012, p. 22)

2 Qu’est-ce que la dyscalculie ?

L'être humain doit passer par l'apprentissage de connaissances et de compétences pour vivre sa vie d'adulte le plus harmonieusement possible. Il est primordial pour lui de maîtriser un certain nombre d'acquis afin de s'intégrer dans la vie sociale. Dehaene oppose l'homme aux autres espèces en le caractérisant par le fait qu'il est le seul à pouvoir associer des symboles à des concepts. Dans son premier sens, un symbole est un "être, objet ou fait qui, par sa forme ou sa nature, évoque spontanément […] quelque chose d'abstrait ou d'absent [dans une société ou une civilisation donnée]" (Rey-Debove, 1987, p. 1373); dans son deuxième sens, le symbole est "ce qui, en vertu d'une convention, correspond à une chose, à une relation ou à une opération" (p. 1373). Quant au concept, c'est la "représentation mentale générale et abstraite d'un objet" (p. 274). Ainsi, selon Dehaene, l'homme se caractérise par sa capacité à associer quelque chose d'abstrait ou d'absent à des représentations mentales.

Néanmoins, chez la plupart de nos élèves qui ont de la peine à acquérir des compétences en mathématiques, la compréhension d'un symbole ou d'un concept pose problème. Et par extension, le lien entre symboles et concepts est lacunaire, voire impossible. C'est pourquoi il est fondamental de connaître la nature des lacunes de chacun de nos élèves.

De ce fait, afin de comprendre plus précisément les difficultés que rencontre Manon, il nous a été nécessaire de nous pencher sur les écrits portant sur la dyscalculie. Un nombre important de travaux sur la question a été publié ces dernières années.

En France, l’Institut national de la santé et de la recherche médicale (INSERM) a réuni un groupe d’experts afin qu’il fasse le bilan des données scientifiques disponibles à fin 2006. En ce qui concerne le sujet de notre étude, l’expertise précise qu’il "n’existe pas de définition et encore moins de critères diagnostiques unanimement acceptés de la dyscalculie" (INSERM, 2007, p. 292). Dans sa conclusion, elle explique que "la limitation de nos connaissances concernant la dyscalculie est due à la fois au faible nombre d'études consacrées à la dyscalculie, […], mais surtout à l'ampleur et à la difficulté même de l'objet d'étude" (p. 331). Elle cite toutefois "la définition proposée par le *UK Department for Education and Skills*" (p.292). La dyscalculie serait:

> *Un état qui affecte la capacité à acquérir des habiletés arithmétiques. Les élèves dyscalculiques peuvent avoir des difficultés à comprendre les concepts numériques simples, une absence de compréhension intuitive des nombres, et ont des difficultés pour apprendre les faits numériques et les procédures. Même s'ils produisent la réponse correcte ou utilisent une méthode correcte, ce serait de manière mécanique et sans confiance en eux-mêmes (p. 292-293).*

Bien que les difficultés rencontrées par Manon correspondent globalement aux critères généraux énoncés dans la description ci-dessus, il faut préciser quelques éléments importants. Car à lire la définition précédente, nous pouvons nous demander si tous les élèves qui éprouvent des difficultés dans le domaine des mathématiques seraient *dyscalculiques !* En ce cas, cela concernerait beaucoup d'élèves de nos classes régulières.

Noël (2005) donne des informations plus ciblées quant aux spécificités des personnes dyscalculiques et admet qu'il est "primordial de reconnaître l'existence de troubles spécifiques des apprentissages en mathématiques" (p. 11). Comme on le verra plus loin, le cas de Manon concorde avec les trois éléments cités ci-dessous :

> *Suivant les critères du DSM IV (American Psychiatric Association, 1994), le diagnostic de dyscalculie développementale doit répondre à trois critères : (1) des aptitudes arithmétiques, évaluées par des tests standardisés qui sont nettement en dessous du niveau escompté compte tenu de l'âge de la personne, de son niveau intellectuel et d'un enseignement approprié à son âge ; (2) une perturbation qui interfère de manière significative avec la réussite scolaire de l'enfant ou les activités de la vie courante et (3) des difficultés en mathématiques qui ne sont pas la résultante de déficits sensoriels (p.11).*

Un autre éclairage est proposé par Temple, cité par Noël (2000), qui définit trois typologies distinctes de la dyscalculie développementale. Elles s'inspirent des types de dyscalculie relevés chez l'adulte et concernent plus spécifiquement le traitement du nombre et le calcul. Cette classification "repose sur trois modules fonctionnellement indépendants : un système de compréhension des nombres, un système de production des nombres et un système de calcul" (p. 64).

En regard de cette architecture, trois types de problèmes sont dégagés:

1 - *Une dyscalculie du traitement numérique : il s'agit de difficultés du traitement des symboles numériques ou des mots (par exemple, des difficultés de lecture de nombres, d'écriture, de répétition) ;*
2 - *Une dyscalculie des faits numériques, c'est-à-dire une difficulté à maîtriser les faits arithmétiques (tables de multiplication, additions simples, soustractions simples) ;*
3 - *Une dyscalculie procédurale qui consiste en une difficulté à planifier et conduire la séquence ordonnée des opérations nécessaires à la réalisation des calculs complexes (calculs écrits notamment) (Noël, 2000, p. 65).*

Afin de mieux comprendre la notion de dyscalculie développementale, les recherches se sont tournées vers les neurosciences cognitives. Celles-ci se sont focalisées sur "l'identification de marqueurs biologiques fiables, [suggérant] que la dyscalculie développementale est due à des dysfonctionnements d'aires cérébrales, […] connues pour être impliquées dans le traitement des quantités […], notamment le sillon intrapariétal horizontal." (Rubinstein, 2009, p. 159). À ce stade, la dyscalculie développementale est définie comme une "compréhension déficiente de la numérosité (i. e., des intuitions de la quantité menant à une représentation mentale des quantités et des magnitudes)" (p. 159). Ce fait est corroboré par Dehaene (2009) qui précise qu'une étude "a montré une réduction de densité de la matière grise dans la région pariétale inférieure gauche chez des enfants prématurés et dyscalculiques, comparés à un groupe témoin d'enfants nés prématurément mais non dyscalculiques" (p. 10).

2.1 Les neurosciences cognitives

Les difficultés rencontrées par Manon nous amènent à nous intéresser à des domaines nouveaux afin de faire des liens avec la pédagogie. Damasio (2010), professeur de neurologie, neurosciences et psychologie, affirme que "la liaison entre cerveau et éducation est totalement nécessaire. On ne peut pas penser à l'éducation, on ne peut pas penser à l'apprentissage sans cerveau et on ne peut pas penser à éduquer des enfants […] sans tenir compte du système nerveux" (p. 47).

Les recherches effectuées actuellement en neurosciences apportent de nouvelles perspectives quant à la compréhension des difficultés que rencontrent nos élèves. L'imagerie cérébrale montre des différences importantes entre l'activation du cerveau d'un enfant régulier et celui d'un enfant dyscalculique, lorsque ces derniers effectuent la même tâche mathématique. Tardif (2010) précise le but de cette nouvelle discipline. "Un des objectifs ultimes des

neurosciences est d’expliquer le comportement d’un individu à partir du fonctionnement cérébral. Les chercheurs en neurosciences tentent de mettre en évidence les liens de causalité entre les éléments biologiques et le comportement" (p. 5).
C’est notamment grâce à l’imagerie de résonance magnétique fonctionnelle (IRMf) qu’il est "possible de mettre en évidence les zones de neurones activés", notent Miéville et Curchod (2010, p. 9). Les derniers travaux de Dehaene (2008) ont permis de localiser les neurones qui s'activent lors de tâches impliquant les nombres, telles qu'une manipulation des quantités, un ensemble concret d'objets, la représentation de la quantité numérique, la discrimination de petites quantités ou encore la comparaison de nombres, ainsi que l'addition et la soustraction. "Ces « neurones des nombres » sont localisés dans le cortex préfrontal dorsolatéral, mais également dans les lobes pariétaux, dans les profondeurs du sillon intrapariétal, dans l'aire ventrale intrapariétale" (p. 284). C'est donc tout un réseau qui s’active simultanément lors d'une réflexion liée au calcul et aux nombres.
Cet éclairage ne va pas nous permettre d’agir sur les sources des difficultés de Manon ; toutefois, il aide grandement à mieux comprendre l’origine de ses troubles. Par conséquent, ces informations nous confortent dans le souci d’imaginer des stratégies de contournement pour pallier aux incapacités repérées.

2.2 Modèle du développement numérique

Sur la base des découvertes faites en neurosciences cognitives au sujet de la dyscalculie développementale et les connaissances du développement normal de l’enfant, von Aster et Shalev ont élaboré "un modèle organisé hiérarchiquement du développement neuro-plastique de la cognition numérique" (von Aster, 2009, p. 152). Ce modèle comporte quatre paliers et met en lien les connaissances en élaboration avec les zones du cerveau impliquées dans la tâche et les capacités acquises ou en voie de l’être. "Ce n’est qu’avec cette ligne numérique mentale qu’une manipulation pensée de l’arithmétique devient possible" (p. 153).
Ce modèle donne des informations pertinentes sur le type de trouble rencontré par Manon. En effet, elle a de la peine à dire combien il y a d'objets d'un seul coup d'œil (subitizing) sans les compter. De même, pour en connaître le nombre, elle doit compter les doigts qu'elle montre, ou compter chacun des bâtonnets qu'elle vient de dessiner par groupes de cinq. Elle apprend bien ses livrets, les répète souvent, mais elle dit « qu'ils se perdent » dès qu'elle en apprend de nouveaux. L'écriture des nombres est difficile à comprendre pour elle, et l'estimation ou le calcul approximatif est impossible à gérer.
Selon le modèle de von Aster et Shalev (cf. figure 1), dès la naissance, ce sont les

représentations des quantités concrètes qui s'élaborent, comme le subitizing (capacité à connaître le nombre d'objets d'un seul coup d'œil), l'approximation (savoir à peu près combien il y a) ou les comparaisons de collections (plus que / moins que / égalité) : c'est le palier 1 au cours duquel se forme le système basique de la magnitude (cardinalité). Puis ce sont les mots-nombres qui apparaissent, avec l'apprentissage de la comptine numérique, l'aptitude à savoir compter une collection d'objets ou la récupération de faits (la connaissance par cœur des résultats de petites opérations) : c'est le palier 2 où l'acquisition du système numérique verbal se forme. Ensuite, c'est l'apprentissage des chiffres, des nombres et de leurs particularités, des premiers calculs écrits qui sont découverts : c'est le palier 3, durant lequel s'apprend le système numérique arabe. Et enfin, une image spatiale du nombre s'impose ; elle permet le calcul approché et la pensée arithmétique : c'est le palier 4, pendant lequel la ligne numérique mentale (ordinalité) se met en place.

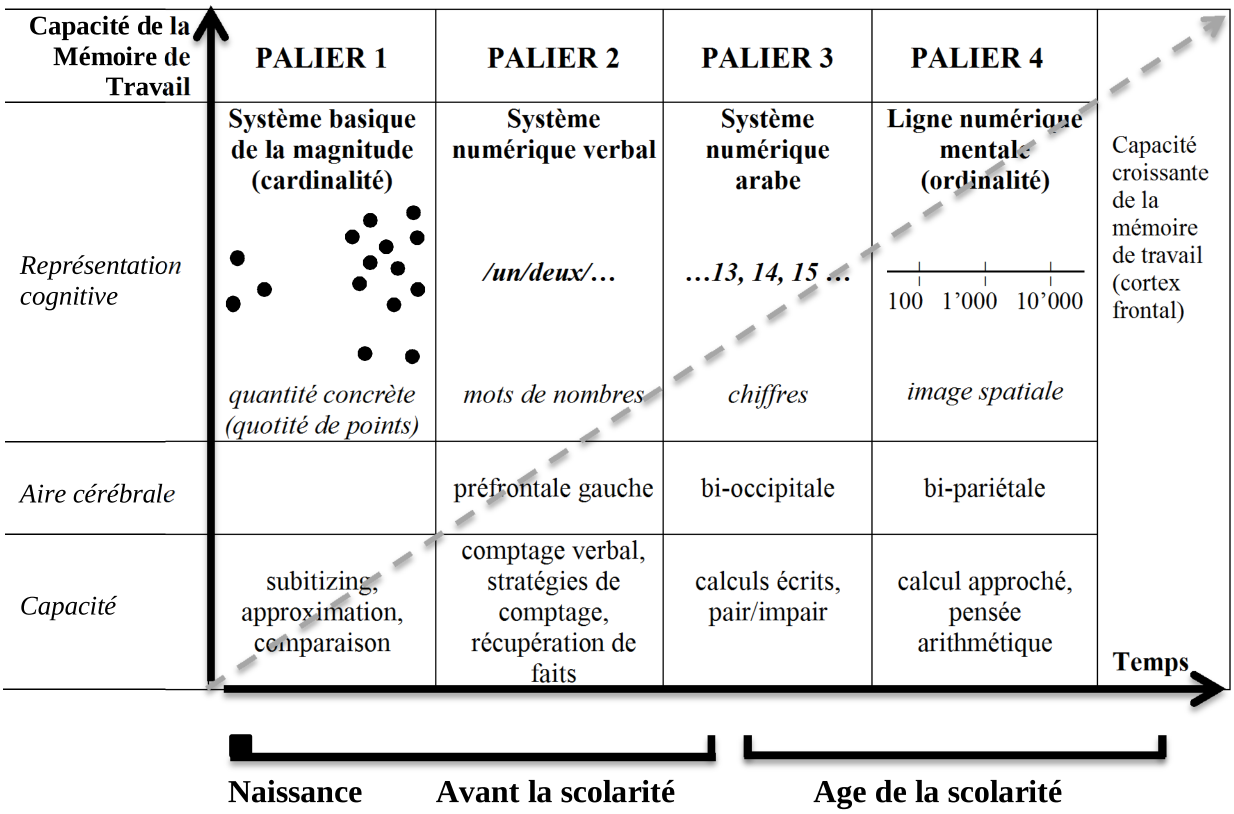


Figure 1. Modèle développemental de la cognition numérique à quatre paliers (traduit de von Aster et Shalev, 2007), tiré de von Aster (2009, p. 153)

Le développement de ce processus ne peut se faire correctement sans "la maturation complémentaire d'outils de pensée transversaux comme l'attention et la mémoire de travail (diagonale en trait grisé), mais aussi le langage et la représentation spatiale" (von Aster, 2009,

p. 153). Comme on le verra plus loin, Manon présente de grands déficits, notamment dans le système basique de la magnitude, la récupération de faits, l'écriture des nombres et la ligne numérique mentale. Il s'agira de trouver des stratégies pertinentes qui lui permettront de contourner ces difficultés.

2.3 De la bosse des maths à la dyscalculie…

Des élèves qui sont doués en mathématiques, on dit qu'ils ont « la bosse des maths » ! Si bien que lorsqu'un élève éprouve des difficultés à comprendre les nombres, les calculs ou encore les problèmes, on en déduit qu'il n'a pas « la bosse des maths » ! C'est le cas de Manon, elle qui a tant de peine à apprendre et à comprendre son programme de mathématiques, alors qu'elle est très performante dans les autres branches !

Dans son article sur la dyscalculie, Mérat (2010) interroge les spécialistes de la question. Elle avance que "les cas de dyscalculie dite « pure », où le trouble résulte de dysfonctionnements cognitifs spécifiquement liés aux facultés arithmétiques" (p. 69) ont une prévalence d'environ 1%. Cette affirmation est confirmée par Fayol, cité par Mérat (2010), qui ajoute que "parmi les enfants atteints de troubles du calcul, la moitié environ sont également dyslexiques, le quart présente conjointement des troubles de l'attention et d'autres encore manifestent des troubles visuo-spatiaux" (p. 69).

Dans leur étude sur les derniers résultats de recherche en Amérique du Nord, Rosselli et Matute (2005) affirment que "la prévalence de la dyscalculie développementale […] varie entre 1 et 6,5% selon les sources. […]. La différence des pourcentages est probablement due au fait que les critères de diagnostic varient selon les études" (p. 175).

A cela s'ajoute le débat sur les causes du trouble. Les neuroscientifiques lui attribuent une origine génétique alors que les psychologues considèrent que c'est la conséquence de dysfonctionnements plus généraux. D'une part, les recherches ont montré que le sens du nombre est affecté ; les zones cérébrales qui entrent en jeu lors d'activités liées aux maths sont moins activées chez les dyscalculiques que chez les non-dyscalculiques. D'autre part, le sens de l'abstraction est touché ; celui-ci est lié aux propriétés mathématiques en général, ce serait donc une difficulté de raisonnement.

On parle de :

- *dyscalculie visuo-spatiale* lorsqu'un élève n'arrive pas à aligner ses chiffres correctement, les uns en-dessous des autres, pour effectuer une opération par exemple. Cette inaptitude est mentionnée par Van Hout (2005), qui analyse les erreurs des élèves en citant notamment leurs "difficultés à placer les chiffres selon leur rang. Pour certains de ces enfants, les troubles du calcul se [révèlent] si graves qu'ils [sont] incapables de réaliser la moindre addition en dépit d'une connaissance conceptuelle satisfaisante du nombre" (p. 149). Cette incapacité altère aussi grandement l'aptitude à apprendre et comprendre la géométrie car chez un jeune enfant tout-venant, même "la tâche la plus simple [comme relier deux points par un trait à la règle] mobilise à la fois des habiletés motrices, des connaissances et des techniques" (Dias, 2012, p. 48).

- *dyscalculie logico-mathématique*, dans le cas où l'élève a une capacité d'abstraction faible qui l'empêche de faire des liens entre ses différentes activités mathématiques. Les travaux de Jean Piaget, épistémologue, ont mis en lumière le raisonnement sous-jacent à toute activité mathématique. Pour lui, "ce qui nous arrive de l'extérieur est « filtré », interprété, déformé, assimilé, grâce et en fonction de nos instruments cognitifs" (Christofidès-Henriques, 2003, p. 23). *In fine*, chaque enfant apprenant "met alors en rapport ses « questions » et les « réponses », puis en tire, par abstraction réfléchissante […], des conséquences, des inférences, des conclusions, des nouvelles connaissances" (p.23). Ce questionnement ne se fait pas chez certains enfants, ce qui les empêche de faire des liens entre leurs apprentissages abstraits et le réel, entre les concepts mathématiques et leurs interactions avec le milieu.
- *dyscalculie procédurale*, lorsque l'élève confond les opérations entre elles et ne met pas de sens clair derrière celles-ci : certains élèves mélangent additions et multiplications lorsqu'ils effectuent une multiplication. Ce fait est relevé par Geary (2005) qui constate que "quels que soient les mécanismes spécifiques en jeu, une faiblesse des capacités de mémoire de travail contribue à l'utilisation de stratégies et de procédures de résolution de problèmes immatures […] et à un plus grand nombre d'erreurs procédurales" (p. 185).
- *dyscalculie des faits arithmétiques* lorsque l'élève ne connaît pas par cœur les résultats des petites opérations utilisant des nombres inférieurs à dix. Il a besoin de ses doigts pour donner la réponse à un petit calcul, qui est habituellement retenu en mémoire à long terme. Barrouillet (2006) évoque ce type de difficulté et constate que ces enfants "se distinguent des autres par l'usage plus fréquent et moins précis de stratégies de comptage primitives et par une difficulté notoire à accéder à la stratégie de récupération directe du résultat en mémoire" (p. 189-190).
- *dyscalculie de lecture et d'écriture du nombre* lorsque l'élève ne maîtrise pas la numération de position. Il peut tout aussi bien écrire « 1027 » pour « cent-vingt-sept » et lire « huit cents » pour « 108 ». "La lecture à voix haute et l'écriture sous dictée des

numéraux arabes sont des tâches fréquemment rencontrées […]. Ces deux tâches requièrent la manipulation de deux codes différents : le code verbal et le code arabe", selon Thioux (2000, p. 127). Il ajoute que "le code verbal correspond à l'ensemble des mots de la langue désignant une quantité […] et aux règles de combinaison de ces mots […]. Le code arabe, quant à lui, est construit sur la base de dix primitives (chiffres de *0* à *9*), dont la valeur est déterminée par leur position dans le numéral arabe […] où le chiffre *0* sert à indiquer l'absence de valeur pour une puissance de dix" (p. 127-128). On retrouve ici aussi la difficulté visuo-spatiale liée à la numération de position : « 102 – 201 – 120 – 210 » …

En tous les cas, pour ces enfants aux grandes difficultés d'apprentissage, ce sont des stratégies de compensation qu'il faut mettre en place. Lorsqu'ils ont de la peine à retenir les faits numériques, il est nécessaire de leur laisser plus de temps afin qu'ils puissent retrouver une réponse par la recherche, étant donné que c'est leur mémoire à long terme qui fait défaut. Et lorsqu'ils ont besoin d'apprendre à élaborer un raisonnement, il est important de les amener à réfléchir à partir d'une situation donnée, matérialisée sous leurs yeux; grâce au matériel, ils auront de quoi mieux comprendre les tenants et les aboutissants du problème posé.
De ce fait, en tant qu'enseignante spécialisée, nous retiendrons que:

> *Les dyscalculies ne sont pas* une *entité clinique homogène: il s'agit de* symptômes (et non d'un diagnostic) *qui doivent être investigués de façon à mettre en évidence:*
>
> - *pour chaque tâche, quelles compétences sont sollicitées;*
> - *pour chaque enfant, quelle est sa propre mosaïque de capacités et d'incapacités (Mazeau, 2008, p.258).*

2.4 Dyscalculie ou innumérisme ?

La revue française Approche Neuropsychologique des Apprentissages chez l'Enfant (A.N.A.E.) fait le point de la question de la dyscalculie dans sa toute récente publication de décembre 2012, intitulée *Dyscalculie et innumérisme : troubles du calcul ou enfants troublés par les maths ?*
On nous confirme que le taux de prévalence de la dyscalculie développementale pure toucherait 1% des élèves, alors qu'elle atteindrait les 8% si l'on prenait en compte les autres troubles associés, tels que les difficultés primaires langagières, visuelles, spatiales, praxiques ainsi que les troubles émotionnels ou affectifs. Pour ce qui concerne les enseignants spécialisés, il s'agit de retenir qu'en "l'état des connaissances, les aides, rééducations et

remédiations ne peuvent qu'être élaborées au cas par cas" (Vannetzel, 2012, p. 501).
En France, le terme d'innumérisme a été adopté par le ministère de l'Education nationale en 2011. Ce nouveau terme a été traduit de l'anglais *innumeracy* par Dehaene, sur le modèle du mot *illettrisme*. Ce dernier nous fait remarquer que "l'illettré des nombres est prompt à tirer des conclusions hasardeuses en s'appuyant sur des raisonnements qui n'ont de mathématique que l'apparence" (2010, p. 153). En adoptant cette nouvelle acception, la recherche souhaite prendre en compte tous les élèves éprouvant des difficultés d'apprentissage des mathématiques et du calcul, plutôt que de se focaliser uniquement sur les difficultés qui seraient dues à une dyscalculie développementale. "Le terme d'innumérisme commence seulement à s'imposer face aux désignations catégoriques et sans appel (dyscalculie)" (Vigier, 2012, p. 517).
Dehaene (2010) en fait une description très large :

> *L'innumérisme reflète plutôt la manière dont notre cerveau engrange les connaissances mathématiques. Il y a le jeune enfant qui croit que les températures s'additionnent jusqu'au médecin qui ne sait pas calculer une probabilité conditionnelle. Pourtant, toutes ces erreurs partagent un trait : le fait de sauter directement aux conclusions sans réfléchir à la pertinence des calculs effectués (p. 154).*

Les troubles de la cognition mathématique sont par ailleurs questionnés par des chercheurs appartenant à des domaines différents mais complémentaires : les psychologues et les didacticiens des mathématiques. "Le didacticien décortique les notions et les concepts, raisonne d'abord en termes de stratégies possibles et de notions mathématiques convoquées" (Gauvrit, 2012, p. 527), alors que le psychologue "ressent le besoin de distinguer des catégories de troubles de la cognition mathématique" (p. 526). Il parlera en termes de degré de sévérité et fera "la distinction entre ce qui relève d'un trouble visuo-spatial, d'une des deux voies neurologiques de la numérosité, ou du raisonnement" (p. 527). A l'heure actuelle, un rapprochement est souhaité entre ces deux approches.
En Suisse, le diagnostic de dyscalculie est défini par les logopédistes, les psychologues ou les médecins. Dias et Deruaz (2012) remarquent que "les enseignants confrontés à ces diagnostics sont souvent dépourvus de connaissances suffisantes dans ce domaine. Ils se retrouvent ainsi autant désarmés face à la dyscalculie que l'élève face aux mathématiques" (p. 529). Les enseignants ont besoin de pistes pédagogiques nouvelles et efficaces afin d'apporter une aide spécifique à l'élève en difficulté d'apprentissage en mathématiques.

Les notions mathématiques sont instruites par des enseignants qui s'adressent en général à une classe, dans laquelle les élèves sont tous différents quant à leurs caractères et à leurs aptitudes. Ils doivent faire passer un message mathématique précis, institutionnalisé, qui comporte beaucoup d'implicites. Ceci étant, "il est parfois assez délicat […] d'évaluer et également de séparer ce qui relève des difficultés de l'enseignement de celles de l'apprentissage" (Dias & Deruaz, 2012, p. 532). On touche ici une autre problématique qui intègre le contexte dans lequel sont enseignées les mathématiques et qui pourrait être à l'origine des difficultés rencontrées par les élèves. Aussi, Dias et Deruaz (2012) osent une nouvelle terminologie, "la dysmathématie : troubles de l'enseignement/apprentissage des mathématiques" (p.532).

Au sujet du débat qui oppose dyscalculie et innumérisme, de Barbot et Meljac (2012) répondent que:

> *De même qu'une seule dimension ne permet pas de rendre compte d'un objet dans son ensemble […], un seul mode de décryptage n'est sans doute pas suffisant lorsqu'il s'agit de l'esprit humain, de son développement, de ses conquêtes et de ses failles (p. 590).*

De ce fait, le praticien ne doit pas s'accrocher à la pensée unique mais au contraire jongler "avec l'ensemble des éléments dont il dispose. […] Dyscalculie et innumérisme se marient alors, non parce qu'ils sont semblables mais en raison, justement, de leurs profondes différences" (de Barbot & Meljac, 2012, p. 590).

Familières et étranges, les mathématiques le sont notamment parce que, souvent, on a l'impression de comprendre directement ce qui est écrit, alors que ce n'est pas le cas.

Anne Siety (2012, p. 133)

3 Univers pratique de l'enseignant spécialisé

Siéty parle des mathématiques comme d'une discipline étrange et pourtant familière. Voici deux exemples souvent rencontrés dans notre pratique ou la vie courante.

Lors du bilan, Manon est invitée à montrer, à sa petite cousine imaginaire, comment faire une soustraction. Elle a une boîte de jetons à disposition et un tableau. Elle écrit « 3 - 2 », puis prend les jetons pour expliquer la marche à suivre à sa cousine. Manon prend trois jetons, qu'elle pose sur la table, alignés. Elle dit à sa petite cousine: « Tu vois, quand c'est écrit moins, il faut enlever ! » et elle prend deux jetons dans la boîte, qu'elle aligne un peu plus loin que les trois premiers. Ensuite, elle prend cinq jetons, qu'elle aligne avec ceux déjà posés… et elle réfléchit, hésite… lève trois doigts d'une main et referme deux doigts… Enfin, elle explique: « Tu vois, trois moins deux ça fait un ! Alors on enlève ça (les quatre jetons de trop dans sa lignée de cinq) ! » Et elle dit enfin: « Voilà ! Trois moins deux, ça fait un ! »

Eh oui ! Les mathématiques sont familières, car Manon sait très bien que trois moins deux ça fait un ! Mais très étranges, car comment faire pour qu'il y ait un jeton dans la réponse ?

Un autre jour, nous étions en groupe, dans un restaurant, au moment de commander les cafés. Nous demandons au serveur: « Nous aimerions cinq cafés dont deux décas ! » Et le serveur de nous répondre: « Vous voulez sept cafés ? Mais vous n'êtes que cinq ! »

Evidemment, le serveur sait bien que cinq et deux font sept ! Alors pourquoi ce groupe demande-t-il sept cafés ? Etrange… Et comment va-t-on se dépatouiller pour expliquer au serveur que l'on souhaite trois cafés normaux et deux décas sans le blesser ?

Partant de ces deux exemples, il est essentiel de se demander si les textes traitant de dyscalculie apporteront des éléments de réponse pour aider les élèves de l'enseignement spécialisé à mieux comprendre les objectifs fondamentaux du Programme d'Enseignement Romand (PER) en mathématiques ?

Pour Fischer (2009), "l'intérêt majeur d'une notion comme la dyscalculie serait la mise au point de programmes spécifiques de remédiation" (p. 6). Aussi, le travail de l'enseignant spécialisé, lorsqu'il prend en charge un élève diagnostiqué dyscalculique, mérite-t-il d'être questionné, notamment en didactique.

> *La didactique des mathématiques s'est construite pour comprendre et trouver des réponses aux difficultés des élèves dans l'apprentissage des maths. Elle a pour objet de trouver les conditions pour mettre en œuvre des situations d'enseignement permettant de surmonter les obstacles épistémologiques et de repérer les obstacles didactiques qui perturberaient ou fausseraient ces situations (Gibert, 2008, p. 4).*

On sait que les enfants qui font des erreurs répétées en mathématiques n'ont pour issue que d'apprendre des démarches ou des réponses par cœur. Quelles situations d'enseignement leur permettront d'accéder au sens de cette discipline ?

D'après Barrouillet (2006), "les troubles dont souffrent les enfants dyscalculiques affectent les aspects procéduraux mais aussi conceptuels des activités de calcul et de comptage et surtout la mémorisation des faits numériques qui résulte habituellement de ces activités" (p. 187). Enfin, Dehaene, Molko et Wilson (2004) concluent que leurs "premiers travaux confortent l'idée que la dyscalculie, chez de nombreux enfants, puisse être liée à une cause primaire, la perte du sens des nombres. […] . Mais la plasticité du cerveau de l'enfant étant considérable, il n'y a pas de raison de penser que la dyscalculie soit irrémédiable" (p.47).

Les élèves qui rencontrent des difficultés dans le domaine des mathématiques montrent des incompréhensions de natures diverses. Les premiers rendent leur travail trop vite, et on pense alors que leurs erreurs sont dues à un manque d'attention. Les seconds sont au contraire trop lents, et on en déduit d'emblée qu'ils n'ont pas appris leur leçon. D'autres encore restent prostrés sur leur fiche de mathématique sans rien écrire ni bouger; pourquoi sont-ils bloqués à ce point ? En outre, il y a ceux qui ne comprennent pas leur exercice, alors que ce genre de démarche a été abondamment travaillé en classe. Et puis il y a ceux dont on est sûr qu'ils ne travaillent pas assez et les autres qui travaillent sans relâche pour de piètres résultats… Et que penser de ceux qui nous disent que dans les mathématiques, il n'y a rien à comprendre et qu'il faut juste appliquer ce que le professeur a dit ? Et enfin, quelques-uns décrètent: « Les maths, c'est bête ! » Ceux-ci se protègent comme ils peuvent…

Tous ces élèves sont-ils si différents les uns des autres ? Ou ont-ils des problèmes de compréhension dont la source est similaire ?

3.1 Étude de cas : quelle démarche méthodologique ?

L'étude de cas menée auprès de Manon est une recherche qualitative. Manon a de réelles difficultés en mathématiques, alors qu'elle suit un parcours normal en français et dans les autres branches étudiées.

Au niveau du français, elle a de très bons résultats, qu'elle confirme au cours de la deuxième année de son deuxième cycle primaire (CYP2). En lecture suivie et en compréhension de l'écrit, elle atteint largement les objectifs et se situe ainsi dans le groupe des meilleurs élèves de la classe. En français-structuration, elle atteint les objectifs une fois et les atteint avec aisance deux fois. Elle se situe dans le groupe des bons élèves de la classe (cf. annexe 9.2). Manon aime beaucoup lire et emprunte souvent des livres à la bibliothèque. Elle montre ainsi son intérêt pour le français.

Ses résultats dans les autres branches sont aussi très bons. En musique, en dessin, en activités créatrices manuelles (ACM), en sciences comme en géographie, ils se situent au-dessus du seuil de réussite. Manon montre aussi son intérêt pour ces branches.

Mais pour ce qui est de ses résultats en mathématiques, ceux-ci sont tout autres. Pendant la première année du deuxième cycle primaire (2011-2012), elle a commencé par deux bons résultats, puis ceux-ci se sont péjorés. Manon avait bénéficié de l'aide de la logopédiste pendant son premier cycle primaire (CYP1), qu'elle a parcouru en trois ans. Cette aide l'a beaucoup soutenue, c'est pourquoi elle a pu faire de bons résultats au tout début du deuxième cycle (CYP2). Malheureusement, elle n'a pas pu confirmer ses performances. Ces dernières se sont très vite effondrées pendant la première année du deuxième cycle.

Manon bénéficie de l'aide de l'enseignante spécialisée depuis le début de l'année scolaire en cours (2012-2013). Elle a petit à petit amélioré ses résultats en maths mais ils restent encore fragiles. Pourtant, elle travaille le domaine des mathématiques d'arrache-pied ! Elle révise tous les jours ses livrets à la maison et s'entraîne régulièrement sur « Go-maths », un logiciel d'exercices mathématiques à disposition sur internet.

En mai 2013, Manon a fait les épreuves cantonales de références (ECR). Elle a obtenu de bons résultats, autant en mathématiques qu'en français. Elle se situe dans le groupe des bons élèves de sa classe, dans les deux branches. Cependant, elle a été très inquiète quant à ses aptitudes personnelles liées à ces épreuves cantonales.

Dès notre intervention en tant qu'enseignante spécialisée, en regard des résultats généraux de Manon obtenus pendant l'année scolaire précédente, notre questionnement primordial a été le suivant :

- Pouvons-nous identifier la raison profonde qui est à l'origine des erreurs commises en mathématiques par Manon ?
- En ciblant précisément la raison qui est la cause d'une faute repérée, pourrons-nous aider Manon à comprendre son erreur et à ne plus la répéter lors d'autres exercices à exécuter à l'avenir ?

Une réponse satisfaisante à ces questions peut être apportée par la perspective qualitative–phénoménologique, décrite par Boutin (2008). Les tenants de ce courant affirment que "l'intervenant ou le chercheur […] ne peut pas comprendre le comportement humain sans une saisie du cadre de référence selon lequel les sujets interprètent leurs pensées, leurs sentiments et leurs actions" (p. 14). Aussi, dans cette optique, nous dialoguons avec Manon pendant son travail : nous expliquons un concept, elle le reformule avec ses mots ; nous recadrons, elle explique son point de vue. Nous travaillons dans un échange constant de nos remarques et de nos constatations.

Dans un premier temps, afin de connaître les ressources et les faiblesses de Manon, nous avons pratiqué l'entretien à questions fermées : l'intervieweur pose des questions préétablies et l'interviewé répond sans intervention de l'adulte. Ce type d'entretien permet de faire une évaluation prédictive des compétences de Manon.

Dans un deuxième temps, le type d'entretien le plus approprié nous a paru être l'entretien actif, car il "marque la part de la construction d'un dialogue entre l'interviewé et le chercheur" (Boutin, 2008, p. 31). En conséquence, Manon est invitée à formuler sa façon de comprendre le sujet et nous lui répondons en validant son avis ou en reformulant une autre question, dans le but de la faire réfléchir plus avant afin qu'elle trouve par elle-même le bon cheminement de pensée. Selon Holstein et Gubrium, cités par Boutin (2008), "l'entretien actif est une forme de pratique interprétative impliquant le répondant et l'intervieweur dans un processus de construction de sens." (p. 31). Ce travail vise à forger des outils susceptibles de révéler le potentiel d'apprentissage de Manon.

Toutes les douze semaines, un bilan des acquis est établi. Il nous permet de réorienter l'entretien actif qui suivra le cas échéant.

Subsidiairement, il nous a été utile d'étudier la théorie définissant la « dyscalculie ». En effet, en connaissant la définition des chercheurs au sujet de la dyscalculie et en mettant celle-ci en relation avec les forces et de les faiblesses de Manon, il nous a été possible de définir quelles notions il était utile de travailler et lesquelles étaient déjà acquises. Cela nous a aussi permis de comprendre la source des difficultés rencontrées par Manon et d'orienter notre aide en conséquence.

3.2 Buts poursuivis

Le but du travail effectué avec Manon est de l'aider à devenir autonome quand elle rencontre une difficulté dans ses apprentissages en mathématiques. Comme nous l'avons vu précédemment, elle est une bonne élève dans tous ses apprentissages, sauf en mathématiques.
En ce qui concerne son attitude, Manon a toujours un comportement studieux en classe. Elle est appliquée et fait beaucoup d'efforts pour pallier à ses difficultés. Elle ne lâche pas prise lorsqu'elle se trouve devant un problème à résoudre.
Elle s'entend bien avec ses camarades et a des relations chaleureuses avec eux. Elle respecte les adultes, se montre prête à rendre service. Manon est une élève calme et attentive.
Mais malgré toutes ces aptitudes très positives, elle se heurte à des troubles spécifiques, qu'elle doit apprendre à contourner afin de maîtriser les sujets mathématiques étudiés en classe.
Aussi, ce sont des moyens efficaces qu'il s'agira de construire avec elle afin de lui permettre de surmonter les obstacles qu'elle rencontre.
Suivant Duval (2005),

> *En mathématiques, il faut non seulement comprendre pour apprendre, mais* comprendre de manière à apprendre à comprendre*, c'est-à-dire à devenir capable ensuite de se poser de nouvelles questions, de trouver des moyens de les explorer ou, tout au moins, de reconnaître et d'appliquer ce que l'on est censé avoir « acquis » (p.68).*

En résumé, la finalité de notre recherche s'articule sur trois points :

- tenter de comprendre ce que se représente Manon lorsqu'on lui donne une consigne ou une information dans le domaine des maths. Elle peut montrer sa manière de penser:
  - par la représentation avec des objets
  - par la représentation avec des dessins
  - par la parole;
- recadrer le cas échéant l'image inadéquate de Manon avec le sens communément admis en maths, ce qui implique une autre manière d'aborder cette discipline;
- par extension des constats issus du cas particulier étudié, proposer une « boîte à outils » aux enseignants spécialisés et aux enseignants afin qu'ils aient des moyens pour aider leurs élèves en difficulté dans le domaine des maths.

Il faut continuer à faire pétiller les cerveaux à travers les mathématiques, à susciter les intelligences des êtres et des choses en donnant aux élèves le goût de savoir et d'apprendre !

(Dias, 2012, p.125)

4 Anamnèse

Lorsqu'on souffre de dyscalculie comme Manon, il est difficile de garder le goût d'apprendre sans se décourager. Car réviser des tables de multiplication par exemple, des heures durant et jour après jour est très fastidieux, d'autant plus que l'on sait que ces connaissances durement acquises vont « se perdre » avec le temps. Le goût de savoir peut s'altérer très vite. Aussi, Dias nous exhorte-t-il à "faire pétiller les cerveaux à travers les mathématiques" afin de révéler le potentiel de chacun de nos élèves. En s'appuyant sur l'intelligence et les compétences de Manon, nous l'aiderons à enrichir ses acquisitions en mathématiques et ainsi à lui redonner confiance en elle-même.

4.1 Parcours scolaire

Le parcours scolaire de Manon a été chaotique. Elle a parcouru le cycle initial (CIN) sans grand souci: elle était une élève enjouée et heureuse d'aller à l'école.

Puis vint le premier cycle primaire (CYP1) durant lequel les premiers apprentissages ont révélé les bonnes compétences de Manon, mais aussi des difficultés particulières. Dans un premier temps, les enseignants ont pensé qu'elle souffrait de dyslexie et ont conseillé aux parents de consulter une logopédiste. Cette dernière a très vite repéré une dyscalculie mais a écarté une dyslexie. En effet, les obstacles que rencontrait Manon relevaient de difficultés liées aux apprentissages des nombres et du calcul. Dès le diagnostic, Manon a bénéficié d'un suivi logopédique durant sept mois. Puis vint la fin de l'année scolaire et le moment de la promotion au deuxième cycle primaire (CYP2). Manon avait de bons résultats dans tous les domaines, sauf en mathématiques: elle avait amélioré ses résultats dans cette branche, mais ceux-ci restaient encore faibles. C'est pourquoi Manon a été maintenue au CYP1 pour une année supplémentaire.

Par la suite, Manon a déménagé et a commencé son deuxième cycle primaire (CYP2). Elle n'a pu maintenir de bons résultats en mathématiques. C'est pour cette raison qu'elle a obtenu l'aide de l'enseignant spécialisé dès le début de la deuxième année du CYP2.

4.2 Travail de la logopédiste

Le diagnostic de dyscalculie a été posé par la logopédiste de l'établissement où Manon était scolarisée. Nous avons pu la rencontrer, en compagnie de la maman de Manon. D'emblée, la logopédiste a décrit une enfant très courageuse, volontaire et persévérante en parlant de Manon.

La spécialiste explique qu'un enfant dyscalculique a une double charge de travail: il y a le travail habituel de l'élève auquel s'ajoutent les efforts supplémentaires à faire dus aux difficultés spécifiques de l'enfant.

Elle décrit les efforts titanesques à exécuter car il y a une surcharge cognitive constante. Celle-ci est due à la concentration, à la mémoire de travail et à la mémoire à long terme qui sont fortement mis à contribution. La stabilité des acquisitions est très fragile, si bien qu'il y a une contrainte temporelle liée à la mémoire à long terme. La pression temporelle conduit l'enfant à perdre très vite pied.

La logopédiste explique qu'un enfant tout-venant fait ses nouvelles acquisitions de la manière suivante: « J'apprends, je stocke, je le retrouve en mémoire »! Alors qu'un "enfant dyscalculique" doit répéter, répéter encore, trouver des outils de rappel et mettre du sens dans ses apprentissages afin de pouvoir stocker des informations inédites.

"L'enfant dyscalculique" a besoin de compter sur ses doigts très longtemps; il a de la peine à acquérir la construction du nombre; la résolution de problèmes est aussi ardue pour lui.

La logopédiste conseille de laisser le temps nécessaire à l'élève lors de ses travaux, afin d'annihiler la contrainte temporelle. Elle ajoute qu'il ne faut pas évaluer l'élève sur des notions qu'il n'a pas comprises.

De plus, elle met en garde en insistant sur le fait que *les bons résultats ne signifient pas pour autant qu'il n'y ait plus de trouble !* Car derrière de bons résultats, il y a des heures de travail, une mise en place de stratégies particulières coûteuse et une nécessité d'intellectualiser toutes les démarches potentielles.

Elle précise en outre que la mise en place des stratégies demande toujours à l'enfant d'agir de manière volontaire. Par exemple, l'enfant doit constamment se dire: « Je veille à m'organiser ainsi… », ce qui n'est pas le cas des autres élèves. Il y a continuellement un effort de plus à fournir pour s'impliquer dans des tâches mathématiques qui pour d'autres élèves "non-

dyscalculiques" n'est pas nécessaire.
Elle ajoute qu'en cas d'ignorance des difficultés rencontrées par les "enfants dyscalculiques", les conséquences peuvent être nombreuses. Il peut y avoir un échec récurrent, qui induit le sentiment d'être nul en maths. La pensée de l'enfant peut se rigidifier et celui-ci s'habitue à ne plus réfléchir. Si l'on persiste à faire faire des choses à un enfant qui ne comprend pas, on écarte tout espoir de l'amener à raisonner un jour. Et la perte d'autonomie de l'enfant renforce sa dépendance complète à l'adulte. Elle conclut en affirmant que "la mobilisation de la pensée est le point-clé pour accéder au raisonnement logico-mathématique".
Lors de notre entretien, la logopédiste précise enfin que la rééducation logopédique n'est pas un cours de rattrapage ni un soutien scolaire:

> *Le premier objectif est de chercher à savoir comment l'enfant raisonne et de l'amener à construire son raisonnement, à devenir autonome dans son raisonnement et donc dans ses apprentissages. L'enfant a le droit d'essayer, il doit réfléchir. Toute situation de blocage est l'occasion de travailler la construction de ce raisonnement.*[2]

[2] Ces propos sont notés par la logopédiste elle-même.

Qu'est-ce qu'on fait, qu'est-ce qu'on pense quand on fait des mathématiques ? Est-ce que si on ne fait jamais de mathématiques, […], et que l'on sait seulement comment ça s'applique, les conséquences que ça a, est-ce que l'on devient mathématicien (c'est-à-dire celui qui effectivement sait faire des mathématiques, originales ou non, géniales ou non, extraordinaires ou ordinaires, peu importe) ? Je pense que non.

Guitart (1999, p. 41)

5 La boîte à outils

Manon *fait des mathématiques* puisqu'elle remplit des fiches de calculs, qu'elle applique des techniques de résolution des opérations, qu'elle mesure des longueurs et calcule des aires, qu'elle révise sans relâche ses livrets… Mais que pense-t-elle réellement ? Que se représente-t-elle ? Guitart nous invite à nous poser cette question primordiale: fait-on des mathématiques lorsqu'on ne fait qu'appliquer ce que l'on a appris, lorsqu'on ne sait des réponses que parce qu'on les a apprises par cœur ? Il répond par la négative ! Pour *faire des mathématiques*, il est fondamental d'avoir la faculté de mener un raisonnement dans toute situation étudiée. La clé de la compréhension réside dans le fait d'avoir conscience de son propre cheminement de pensée. Il est en outre important de pouvoir réaliser des recherches personnelles. Il est également essentiel de comprendre le sens de l'écriture mathématique. Ce sont donc ces aptitudes-là que nous devons définir chez notre élève.

Afin de mieux cerner les réussites et les difficultés de Manon, nous avons établi un questionnaire relatif aux compétences et aux connaissances qu'elle devrait maîtriser au milieu du CYP2 (4e primaire). Ce support nous aide à nous organiser pendant l'entretien, qui s'échelonne sur trois périodes d'enseignement (cf. annexe 9.3).

5.1 L'entretien à questions fermées

Le but de l'entretien à questions fermées est de mieux cerner comment pense Manon, comment elle se représente les objets mathématiques et leurs relations. Car au-delà de ses difficultés spécifiques, il est utile de savoir quelle est sa représentation fine des tâches à réaliser. Ainsi, notre travail s'inscrit dans l'intention de rétablir une bonne compréhension de toute activité mathématique le cas échéant.

Grâce à notre support de travail, nous pouvons poser nos questions et écouter les réponses de Manon, sans jugement. Nous avons en outre l'occasion d'observer et de noter ses réactions devant les problèmes que nous lui posons. Le but de l'exercice est de comprendre la manière de penser de Manon et de définir son niveau de connaissances et de compétences.

Afin de respecter la pensée de notre élève, nous n'intervenons pas à ce stade. Notre avis pourrait la troubler et ainsi biaiser les résultats escomptés. Nous sommes à l'écoute. Il est important que l'élève soit en pleine confiance et qu'elle ne se censure pas du fait de notre attitude. Boutin (2008) précise que:

> *Développer une écoute « active » est tout un art; cela ne va pas de soi, comme on serait peut-être porté à le penser. Il s'agit d'écouter une personne sans porter de jugement sur ce qu'elle dit et lui refléter ce qu'elle communique, de façon à lui faire saisir que nous avons compris non seulement le contenu de son message, mais également ses sentiments (p. 116).*

L'entretien à questions fermées est proposé de manière souple et ludique, afin que Manon ne soit pas angoissée pendant les situations-problèmes. Pour plus de lisibilité, nous présentons les exercices du bilan dans l'ordre où ceux-ci sont présentés dans le support. Mais nous ne proposons pas les situations à étudier dans cet ordre-là. En effet, Manon serait certainement effrayée dès notre première rencontre, tant ces premiers exercices sont « scolaires » et rébarbatifs. Il est important que notre élève soit détendue et confiante lorsqu'elle passe l'épreuve du bilan.

Nous avons commencé la première leçon en abordant le sens des opérations, suivi par les classifications. Puis nous avons exercé le calcul oral en répondant aux questions les plus faciles et enfin nous avons étudié l'inclusion. La leçon s'est terminée par un jeu de logique. La deuxième leçon a commencé par les questions sur la numération. Ensuite nous avons étudié les sériations et pour terminer Manon a résolu la première fiche de problèmes contenant les quatre opérations. La fin de la leçon a été consacrée au même jeu de logique que la fois précédente. Pendant la troisième leçon, nous avons découvert la numération avec les pailles et la combinatoire, puis Manon a résolu la fiche des problèmes additifs.

En alternant les questions « scolaires » avec des jeux logico-mathématiques, Manon est invitée à répondre à des questions difficiles pour elle, puis à faire un jeu de logique. Ainsi, elle est plus détendue lorsqu'on aborde les sujets qui lui posent problème.

5.2 Analyse du bilan de connaissances et de compétences

Dès que les épreuves du bilan de connaissances et de compétences sont terminées, il s'agit d'interpréter les réponses de Manon. Ce travail d'analyse est essentiel. Selon Mazeau (2008), "l'interprétation des résultats est le matériau utile (et non les notes, les chiffres, les indices ou les moyennes, qui, en eux-mêmes, peuvent recouvrir de nombreuses significations différentes, voire contradictoires" (p. 2). En effet, la synthèse des réponses de Manon nous permet d'avoir une vision d'ensemble de ses représentations, de ses réussites, de ses difficultés et de ses doutes (cf. annexe 9.4). Ces connaissances nous aident à orienter notre remédiation future de la manière la plus appropriée possible.

La finalité des situations proposées est de connaître le mieux possible notre élève. Car lorsqu'on débute un soutien avec un enfant qui a des difficultés spécifiques, il est important de saisir sa façon de comprendre les situations en jeu. En effet, le raisonnement de Manon est particulier et nos questions nous amènent à esquisser un « tableau » de ses connaissances et de ses compétences. Bien sûr, plus la synthèse est détaillée mieux nous pouvons aider notre élève à remédier à ses incompréhensions, car nous pouvons aborder notre intervention en fonction de ses aptitudes et de ses difficultés. Nous gagnons ainsi un temps précieux car nos interactions avec Manon peuvent être en adéquation avec ses lacunes.

Aussi, nous abordons les notions travaillées en classe plus justement, avec le langage et les mots qui *parlent* à Manon. Sa manière de comprendre les situations et sa façon de les décrire nous aident à utiliser un vocabulaire qui lui est familier. De plus, nous pouvons rétablir les raisonnements qui lui font défaut le cas échéant.

Dans notre recherche visant à établir le bilan des connaissances et des compétences de Manon, on peut être surpris que nous ne nous cantonnions pas à des épreuves de type scolaire. En effet, nous abordons les classifications, les sériations, l'inclusion et la combinatoire, ainsi que les conservations, thèmes étudiés par Jean Piaget, psychologue et fondateur de l'épistémologie génétique.

Nous questionnons Manon sur ces sujets afin d'avoir une vision de sa représentation personnelle. Car d'après Bellano (1989):

> *Pour parvenir à un diagnostic du développement cognitif atteint par un sujet, il importe, répétons-le, de très bien connaître la psychologie de Jean Piaget ainsi que la méthodologie du questionnement clinique sur les épreuves qu'il a créées. On s'attachera à l'observation de la manière dont chacun s'y prend pour résoudre les problèmes qu'on lui pose (p. 95).*

5.3 L'entretien actif

Après la synthèse du bilan, vient la remédiation. Nous organisons notre intervention autour de matériel illustrant notre sujet de réflexion et dialoguons ensemble. Nous élaborons un discours commun visant à décrire la situation de recherche: c'est l'entretien actif. Ainsi, pour pallier aux difficultés rencontrées par Manon, nous pouvons l'aider en nous appuyant sur ses compétences bien acquises. Nous utilisons en outre du matériel afin de soutenir nos propos en faisant correspondre le réel avec les symboles utilisés en mathématiques.
C'est en verbalisant ses actions et en questionnant ses incertitudes que Manon prendra conscience de sa propre réflexion. Selon Barth (2006),

> *Progressivement, dans ce processus d'aller-retour immédiat entre une situation vécue et la verbalisation de cette situation [...], [les enfants] s'habituent à être conscients du cheminement de leur pensée. Dans cette démarche, les élèves apprennent à évaluer eux-mêmes la pertinence de leurs réponses (p. 73).*

Au fil des thèmes explicités, nous verrons qu'en mathématiques, tout s'imbrique. Il s'agira de faire constamment des liens entre les sujets étudiés. Le va-et-vient entre les différentes notions abordées permettra à Manon de mieux comprendre ses activités en mathématiques.

5.4 Mise en œuvre

Le travail effectué avec Manon s'est déroulé en trois temps, comme détaillé plus haut: l'entretien à questions fermées que nous introduisons par le sous-titre « les questions », l'analyse du bilan de connaissances et de compétences que nous intitulons « les réponses de Manon » et enfin « l'entretien actif » qui fait part de la remédiation mise en place. Pour une lecture plus aisée, nous avons respecté la numérotation et les titres du support élaboré (cf. annexe 9.3).

5.4.1 Le sens des opérations

Le premier item concerne le sens des opérations. En effet, il ne suffit pas de savoir trouver le bon résultat d'un calcul, mais il est nécessaire d'en comprendre le sens.

Les questions

Le but des questions qui suivent est de comprendre comment Manon se représente les opérations. Sont-elles des objets purement abstraits, où, pour trouver la bonne réponse, il faut faire comme on nous l'a appris ? Ou sont-elles le reflet de manipulations concrètes, que l'on peut reproduire pour trouver la bonne réponse ? La façon dont les élèves résolvent ces exercices de manipulation d'objets afin de concrétiser le sens des opérations est très instructive pour notre compréhension de leurs difficultés à appréhender tout ce qui touche aux opérations.

Nous avons préparé de quoi écrire et mis des pions à disposition de Manon.

Tout d'abord, nous proposons un calcul écrit: « 8 + 2 ». Manon est invitée à expliquer comment faire, avec les pions, pour trouver le résultat de ce premier calcul. Nous observons sa manipulation et écoutons ses explications. Puis nous lui posons quelques questions: « Est-ce qu'on peut voir la réponse avec les pions ? » Ensuite: « Peux-tu écrire la bonne réponse à mon calcul ? » Et enfin: « Que veut dire "plus" ? » Lorsque cette étape est terminée et que l'on a écrit les réponses de Manon, on lui demande: « Pour le "8", tu as compté des "quoi" ? », « et pour le "2" ? », « et pour le "10" ? ».

Nous proposons ensuite les calculs « 8 − 2 », puis « 8 × 2 ». Nous parcourons les mêmes étapes que pour le premier calcul.

Les réponses de Manon

Pour chercher le résultat de « 8 + 2 », Manon a besoin de vingt pions: d'abord, elle pose huit pions, puis en ajoute deux un peu plus loin, et enfin reprend dix pions qu'elle pose encore plus loin, ses trois collections étant posées en ligne, comme le calcul écrit sous ses yeux. Elle ne fait pas la réunion des deux premières collections, mais pose ses pions en terme à terme avec le calcul écrit et sa réponse.

Pour chercher le résultat de « 8 − 2 », elle prépare trois collections, respectivement de huit, deux et six pions. Elle n'a pas conscience que son explication pertinente, « On enlève deux pions», peut se faire par le geste et ainsi faire découvrir le résultat avec les pions restants.

Pour chercher le résultat de « 8 × 2 », elle a encore préparé trois collections: huit, deux et seize pions posés en ligne. Elle ne maîtrise pas la signification de la multiplication qui peut être représentée ici par deux groupes de huit pions ou huit groupes de deux pions, leur réunion donnant la bonne réponse.

Les gestes et les explications de Manon montrent qu'elle comprend l'addition comme étant une correspondance de deux collections égales, mais que le sens des soustractions et des multiplications n'est pas représentable avec des pions. Elle pense que « + » et « × » veulent tous les deux dire : « Il faut en rajouter ! », et que pour « − », « Il faut en enlever ! ».

Pour donner de bonnes réponses à chaque calcul, Manon a toujours eu besoin de ses doigts. Elle a recompté chaque opération plusieurs fois. Très peu de réponses sont enregistrées en mémoire à long terme.

De manière générale, Manon a beaucoup de peine à se souvenir de ses tables d'additions, de soustractions et de multiplications. Elle s'aide de ses doigts et de dessins pour trouver les réponses mais il y a une difficulté récurrente: Manon lève un doigt lorsqu'elle énonce le « nombre de départ » pour surcompter ou soustraire ; son résultat est faux à « un » près ! Et lorsqu'elle fait ses petits dessins pour la multiplication, elle note « le livret utilisé » (par exemple "quatre"), puis elle ajoute le nombre de fois demandé : son résultat est évidemment trop élevé « d'une fois » !

L'entretien actif

Pour travailler le sens des opérations, nous utilisons des pions et étudions des situations plus petites que vingt dans un premier temps. Nous écrivons l'état initial, Manon prend le nombre correspondant de pions dans la boîte; nous écrivons la transformation à faire, Manon s'exécute; nous analysons le résultat et Manon l'écrit ! Nous exerçons les quatre opérations. Puis nous faisons des devinettes: ou nous cachons l'état initial et montrons la transformation et le résultat; ou nous montrons l'état initial, cachons la transformation et montrons le résultat. Cacher est vite fait: il suffit d'un carton qui recouvre ce que nous voulons faire deviner. Lorsque ces petits exercices sont bien compris, nous travaillons de même, en utilisant des allumettes, groupées par dix: ainsi, nous pouvons travailler les opérations jusqu'à dix-mille.

Les faits numériques posent problème à Manon. Elle sait qu'elle *oublie* les résultats de ses livrets étudiés. Si bien qu'elle met en place deux démarches différentes pour donner la bonne réponse à un livret. Lors de la résolution de « 3 × 12 », elle compte avec ses doigts et dit: «12, 13, 14, …, 48 ». Elle nomme le livret, 12; puis, en levant autant de doigts qu'il faut, trois fois, elle énonce chaque nombre un à un, jusqu'à 48, alors qu'elle aurait dû s'arrêter à 47 ! Puis elle contrôle en se rappelant: « 3 × 11 = 44; 44 + 3 = 48» ! Manon travaille avec méthode pour trouver sa réponse, mais elle se trompe trois fois dans ses résultats.

Nous allons l'aider à dépasser ces difficultés en travaillant avec les pions et en représentant chaque multiplication, afin qu'elle comprenne mieux la signification de celles-ci. Nous discuterons du double regard: douze pions forment un groupe, afin de l'amener à comprendre ce qui signifie « 3 groupes de 12 pions ».

Pour travailler le système additif, nous proposons à Manon « un jeu de mains ». Dans la main gauche, nous prenons trois pions; dans la main droite, nous prenons deux pions. Nous cachons nos mains et demandons à Manon de dire ce qu'elle voit. Nous montrons le contenu de notre main droite, Manon annonce: « deux »; nous ajoutons notre main gauche, elle explique « plus trois »; nous rapprochons nos mains et elle dit « ça fait cinq ». Nous varions nos gestes afin que Manon énonce tous les calculs possibles avec deux, trois et cinq. A la fin, elle est invitée à écrire tous les calculs qu'elle vient de dire à haute voix. Elle invente ainsi le système additif, ce qui lui permet d'observer que « 3 + … = 5 » peut se résoudre par « 5 - 3 = … ».

5.4.2 La numération

La numération de position n'est pas chose facile à comprendre. Cependant, il est utile de bien maîtriser sa signification afin de résoudre de manière raisonnée beaucoup d'activités mathématiques.

Les questions

Manon a du papier et un crayon à disposition. Le nombre « 1246 » est écrit en chiffres sur sa feuille. Elle est invitée à répondre oralement à nos questions.
Nous lui demandons: « le 1, c'est un quoi » ?, « le 2, c'est deux quoi » ?, « le 4, c'est quatre quoi » ?, « le 6, c'est six quoi » ? Nous écrivons les réponses de Manon.
Viennent ensuite les questions: « Le 2 représente combien de pions » ?, « le 1 représente combien de pions » ?, « le 6 représente combien de pions » ?, « le 4 représente combien de pions » ?
La première série de questions nous indique si Manon connaît le système qui consiste à organiser un nombre avec les unités, les dizaines, les centaines et les milliers. La deuxième série de questions nous montre si Manon comprend ce que représente chaque chiffre, à savoir si elle maîtrise la numération de position.
Puis vient la représentation de la quantité: « Avec ce qui est dans la petite boîte, peux-tu prendre 1246 pions » ? Nous observons les démarches de Manon; cette dernière question nous permet de savoir si elle est consciente de la grandeur des nombres.

Les réponses de Manon

Manon est en cours d'acquisition du nombre entier. Elle a de la peine à comprendre la numération de position. Elle ne nomme pas d'elle-même les unités, dizaines, centaines ou milliers ; elle nomme chaque chiffre composant un nombre comme étant « un nombre ». Dans 1246, « 1 » représente « une seule chose », « 2 » représente « deux choses », « 4 » représente « quatre choses » et « 6 » représente « 6 choses ». Lorsqu'on lui demande de prendre « 1246 pions » dans une boîte, elle prend un, deux, quatre et six pions qu'elle dispose en quatre groupes, si bien qu'elle prend treize pions.
Lorsqu'elle doit travailler la suite des nombres, Manon a de la peine à trouver le nombre précédent ou le nombre suivant à partir d'un nombre donné. Elle a besoin de poser l'opération

par écrit, en colonnes. Par exemple, elle a posé une soustraction pour trouver le nombre qui précède 1999 et une addition pour trouver celui qui suit 5201.
Manon a de la peine à écrire des nombres jusqu'aux milliers, particulièrement lorsqu'ils contiennent des zéros. Elle omet ou ajoute souvent des zéros. De plus, elle n'arrive pas à écrire un nombre sur la machine à calculer, même lorsque le nombre ne comprend pas de zéro. Et enfin, elle n'arrive pas à écrire un nombre en chiffres lorsque celui-ci est écrit en lettres et lu par elle-même.
Dans les exercices de comparaison de nombres, Manon a beaucoup de peine. Pour elle, « 5485 » est plus grand que « 6743 » car dans le premier nombre, il y a le plus grand chiffre : « C'est 8 qui est le plus grand, donc 5485 est le plus grand nombre » ! dit-elle. La ligne numérique mentale ne fait pas sens pour elle.

L'entretien actif

Comprendre la numération de position est difficile. Afin d'apprendre à maîtriser cette notion, nous utilisons du matériel que nous varions, afin que les nombres ne soient pas associés à un matériel unique. Lorsque nous prenons des allumettes, bien arrangées par dix, par cent, par mille, nous avons tout sous les yeux: nous pouvons exercer notre double / triple / quadruple regard (un millier = dix centaines = cent dizaines = mille unités). En travaillant avec des pions insérés dans des boîtes d'allumettes, celles-ci étant mises dans des sachets opaques et ces derniers rangés dans des boîtes à souliers, la quantité « dix » disparaît dans son contenant; ce dernier prend ainsi son statut de « un » et accentue son importance ! Une centaine correspond à un gros sachet opaque: on ne voit pas ce qu'il contient, mais on le sait, car on l'a fabriqué. Avec les abaques, nous avons chaque chiffre qui est représenté, mais sa position est fixée. Le vide est représenté. En outre, un anneau change de valeur selon la branche dans laquelle il est inséré: « un contre dix ». Enfin, avec le matériel qui est constitué de pions de couleurs différentes, on attribue une valeur à chaque couleur; il est donc nécessaire au préalable de fixer une règle d'échanges.
Nous avons travaillé les nombres en les décomposant: « 312 = 300 + 10 + 2 » et en les recomposant: « 400 + 80 + 0 = 480 ». Afin d'illustrer ce propos, nous avons utilisé les allumettes, groupées par dix, par cent et par mille. Ce fut une découverte pour Manon que de remarquer cette correspondance entre addition et nombres.
En début d'année, Manon doit étudier la suite des nombres jusqu'à 10000 en calculant par oral « + 1 / − 1 / + 10 / − 10 / + 100 / − 100 / + 1000 / − 1000 »; elle doit remplir une fiche d'exercices. Les passages des dizaines, centaines, milliers et dix-milliers sont très difficiles à

comprendre pour elle. De plus, elle est perdue dès que les nombres dépassent trois chiffres. Et enfin, elle a beaucoup de peine à comprendre les nombres qui contiennent des zéros. Pour l'aider à pallier à ces difficultés, nous proposons à Manon de recourir aux additions et soustractions en colonnes, qu'elle maîtrise bien. Dans un premier temps, elle écrit chaque opération; dans un deuxième temps, elle n'écrit plus que les signes nécessaires en-dessus du nombre étudié; et dans un troisième temps, elle réfléchit dans sa tête, en essayant de se représenter les signes nécessaires à la bonne résolution des calculs à effectuer.

Manon n'arrive pas à écrire des nombres donnés sur la calculette. Elle est perdue, car elle a envie d'écrire un chiffre pour chaque mot prononcé: « quatre mille sept cent trente-huit » devient « 407038». Nous avons travaillé cet aspect en comparant le nombre écrit en chiffres, qu'elle sait lire aisément, avec le nombre écrit en lettres, la collection correspondante d'allumettes, le nombre représenté sur l'abaque et le fait de taper un nombre sur la calculette: quatre chiffres, quatre touches à enfoncer. L'énoncé des nombres a été analysé de près: un ou deux mots pour les milliers, un ou deux mots pour les centaines, un mot pour les dizaines et un mot pour les unités (sauf de onze à seize); par contre, pas de mot pour les vides, représentés en chiffre par des zéros. Manon a amélioré ses compétences dans ce domaine grâce à toutes les comparaisons faites.

5.4.3 La numération et les opérations

Le but de l'exercice est de voir jusqu'où Manon peut faire des calculs de manière raisonnée et quelles démarches elle met en place pour les résoudre.

Les questions

Manon a du papier et un crayon à disposition car nous lui demandons d'écrire ses réponses. De cette façon, cela nous permet de connaître sa manière d'écrire les nombres qu'elle énonce.

Sur sa feuille, elle est invitée à écrire « 127 ». Puis nous lui expliquons que nous allons lui proposer de faire des calculs de tête, qu'elle devra dire chaque réponse à haute voix, puis qu'elle devra écrire ses réponses sur sa feuille, en colonne. Nous notons également ses réponses sur notre support, en regard de la question idoine.

Nous posons nos questions (dans le désordre par rapport au support utilisé) du type de calcul le plus facile au plus difficile, afin de s'arrêter dès que Manon nous paraît fatiguée ou qu'elle semble atteindre ses limites.

Les questions sont posées par exemple dans cet ordre-ci: « 127 + 1 »; « 127 − 100 »; « 127 + 1000 »; « 127 − 10 »; « 127 + 100 »; « 127 − 1 »; « 127 + 10 »; « 127 − 1000 ».

Il est important d'avertir Manon, dès la première hésitation, qu'elle peut dire que le calcul proposé est trop difficile, ceci afin de ne pas la surcharger et l'angoisser. Lorsqu'elle pense qu'elle n'arrivera pas à trouver la réponse, nous lui demandons comment elle ferait pour la trouver, si elle a une idée autre que celle de faire les calculs de tête. Nous acceptons ses propositions.
Cette série de questions nous donne une indication quant à la manière de calculer de Manon: compte-t-elle un à un quel que soit le calcul à faire ? Ou utilise-t-elle les notions de numération afin de ne faire que « + 1 » ou « − 1 » à chaque question ? En outre, un « piège » est glissé dans cette série: en effet, dans l'ensemble des nombres naturels, on ne peut pas soustraire un nombre plus grand que celui de départ. Manon saura-t-elle déjouer ce piège ?
Puis viennent les questions suivantes, après que Manon ait écrit « 3127 » sur sa feuille:
« à 3127, ajoute trois unités »; « à 3127, enlève une centaine »; « à 3127, ajoute quatre milliers »; « à 3127, enlève deux dizaines »; etc. Manon est invitée à énoncer ses réponses puis les écrire sur sa feuille. Nous écrivons toujours la réponse de Manon en regard de la question posée.
D'une part, cette série de questions nous permet de savoir si Manon arrive à utiliser les noms « unités, dizaines, centaines, milliers » à bon escient; d'autre part on obtient deux indications. Manon arrive-t-elle à gérer une retenue lorsqu'elle calcule une addition de tête ? Et sait-elle dire et écrire les nombres qui contiennent des zéros ?
Dans le cas où Manon a répondu à toutes nos questions avec pertinence, nous abordons les questions les plus difficiles: « 3127 + 300 »; « à 3127, enlève neuf unités »; etc.
La dernière série de questions nous montre si Manon arrive à gérer les types de questions différentes lorsqu'elle doit calculer de tête (+ 300 ou ajoute 3 centaines), si elle maîtrise les retenues lors d'additions dont le résultat est différent de dix, si elle maîtrise les échanges lors de résolution de soustractions simples et si elle comprend l'impossibilité de soustraire un nombre plus grand que celui de départ.
Ces questions sont difficiles pour Manon. Nous ne les donnons pas d'un seul tenant. Nous les abordons petit à petit, en les alternant avec des exercices plus ludiques. Et nous arrêtons de poser nos questions dès que Manon est dépassée par la difficulté.

Les réponses de Manon

Lorsqu'on lui demande de faire des calculs de tête, Manon donne de bonnes réponses pour « + 1 / − 1 / + 10 / − 10 ». Mais lorsqu'on lui demande de calculer, à partir de 127, « + 100 / −100 / + 1000 / − 1000 », elle répond que ce n'est pas possible. Pour répondre à l'addition et à la soustraction de « 10 », Manon a utilisé ses doigts.

Les notions de numération ne l'aident pas à résoudre un calcul de manière raisonnée. Cela se confirme lorsqu'on aborde la série de calculs donnés sous la forme suivante: « à 3127, ajoute trois unités ». Manon n'a pas pu répondre à ce type de questions car elle ne comprenait pas *de quoi on parle*.

Malgré cela, nous pouvons relever une aptitude solide chez Manon. Elle sait bien poser ses additions et ses soustractions en colonne et les résoudre, qu'il y ait des retenues ou des échanges à faire. Par contre, elle ne reconnaît pas l'impossibilité lorsqu'elle soustrait un nombre plus grand que celui de départ.

L'entretien actif

Manon connaît bien le système numérique: il y a les unités, les dizaines, les centaines et les milliers. Par contre, elle ne sait pas à quoi cela peut lui servir. Nous utilisons les allumettes et les abaques pour l'aider à comprendre les simplifications de calcul que nous donne la compréhension du système de numération de position. Nous fabriquons des collections, nous ajoutons des éléments, nous en enlevons, nous comparons les collections… en écrivant toujours les nombres étudiés en chiffres et en colonne. Cela nous permet de mieux voir quels chiffres ont changé et quels chiffres n'ont pas changé après la transformation. Ces activités aident Manon à mieux manipuler les nombres.

Manon doit presque toujours utiliser ses doigts pour connaître les faits numériques. De plus, elle n'a pas la notion d'origine, si bien qu'elle commence à lever un doigt lorsqu'elle énonce le nombre de départ, aussi bien pour les additions, les soustractions et les multiplications. Nous rétablissons cet écueil en travaillant avec les collections de départ matérialisées et la réflexion: ai-je déjà ajouté/enlevé « 1 » lorsque j'ai ma collection de départ ? Et pour les multiplications: ai-je déjà un groupe de pions lorsque j'ai préparé la collection de départ ? Comprendre que l'on a deux entités différentes lorsqu'on écrit une multiplication a aidé Manon à mieux gérer ses multiplications.

5.4.4 La compréhension de la numération, la notion d'ensemble et le double regard

Poser un double regard sur une collection d'objets consiste dans le fait d'avoir conscience que 10 unités peuvent être considérées comme un ensemble de dix. C'est la raison pour laquelle on écrit, par convention, « 1 » à gauche du chiffre des unités et que ce chiffre « 1 » représente 10 unités. Et par extension, savoir que « 3 centaines » représentent 300 unités et que « 2 milliers » représentent 2000 unités par exemple. Qu'en pense Manon ?

Les questions

Nous avons un tas de pailles à disposition, environ une centaine. Nous écrivons « 12 pailles » sur une feuille et nous demandons: « Montre-moi 12 pailles, bien arrangées ».
Ce petit exercice nous donne une information importante: Manon comprend-elle la notion d'ensemble lorsqu'elle parle d'une dizaine ? Si c'est le cas, elle montrera un ensemble de dix pailles et deux pailles un peu plus loin. Et lorsque nous demanderons « Que veut dire le 1 ? » « Que veut dire le 2 ? » Manon n'aura pas de peine à nous répondre: « une dizaine » et « deux unités ».
Ce sera le moment propice pour parler d'équivalence numérique: « Ce paquet, c'est une dizaine ou 10 unités ? » et « Qu'est-ce qui vaut le plus ? Une dizaine ou 10 unités ? » Manon pourra ainsi nous montrer si elle a compris l'équivalence numérique et donc si elle a acquis le double regard, qui fait que dix unités valent une dizaine.

Les réponses de Manon

Manon prend deux pailles dans une main, puis dix pailles dans l'autre main. Elle explique que les dix pailles font une dizaine et que c'est pour cette raison que l'on écrit le « 1 » de dix à gauche. Ensuite elle montre les deux pailles de l'autre main et nous dit que ce sont deux unités, que l'on transcrit par « 2 » à la droite du « 1 ».
Manon a acquis la notion de groupement puisqu'elle nomme la dizaine et a le double regard puisqu'elle explique que « dix pailles font une dizaine ».

L'entretien actif

La diversité du matériel utilisé pour travailler la numération et les opérations nous permet de nous poser les questions idoines au sujet de la numération de position et de la nécessité d'avoir un double regard sur tout objet: ai-je dix unités ou une dizaine ? Les différences entre les matériels utilisés enrichissent le propos (voir 5.4.2).
Ces notions abordées aident en outre à comprendre la différence qu'il y a entre « le chiffre des centaines » et « le nombre de centaines » que comprend un nombre. Dans « 3258 », par exemple, grâce aux allumettes bien arrangées, on voit la représentation du chiffre des centaines, deux paquets de « cent », donc « 2 » écrit à la troisième position depuis la droite; et le nombre de centaines qu'il a fallu fabriquer pour obtenir « 3258 » allumettes bien rangées, trente-deux paquets de « cent », répartis entre les milliers et les centaines.
Ce travail de fabrication aide à mieux comprendre les notions abordées dans le programme de 4^{e} primaire.

5.4.5 Les problèmes

Deux fiches de problèmes sont proposées dans le bilan.
La première fiche nous renseigne sur la manière dont Manon s'y prend pour résoudre un problème écrit très simple. La deuxième fiche nous donne des indications sur son niveau de maîtrise au sujet du déroulement du temps inhérent à chaque problème (cf. annexe 9.3).
Manon saura-t-elle lire couramment l'énoncé ? Pourra-t-elle reformuler ce dernier ? Ecrira-t-elle d'emblée le calcul correspondant ou hésitera-t-elle beaucoup ? Et enfin, de quelle manière s'y prendra-t-elle pour écrire la réponse par une phrase ?

Les questions

Dans la première fiche, les quatre problèmes sont construits de la même manière: l'état initial et la transformation sont connus, c'est l'état final qui est à rechercher. Par contre, ils se distinguent par l'opération à faire: une addition, une soustraction, une multiplication et une division.
Manon a la possibilité d'utiliser tout le matériel qu'elle souhaite ou de dessiner la situation pour l'aider à réfléchir. Elle est libre dans sa façon de s'organiser. Il est important qu'elle le sache avant de débuter la résolution de problèmes.
La deuxième fiche de problèmes comprend six problèmes et une énigme.
Nous abordons ici les situations additives: les calculs à faire sont des additions et des soustractions. Dans les deux premiers problèmes, l'état initial et la transformation sont donnés, il faut rechercher l'état final. Dans les deux suivants, l'état initial et l'état final sont connus, il s'agit de retrouver la transformation. Et dans les deux derniers problèmes, la transformation et l'état final sont fournis, la réponse nécessite de retrouver l'état initial.
A la fin de la fiche, Manon devra revenir à la situation globale: il y a six enfants qui jouent à la récréation, par groupes de deux. Elle doit retrouver les couples de joueurs. Afin de pouvoir résoudre cette énigme, elle devra avoir conscience du déroulement de chaque situation. Combien de billes chaque enfant a-t-il perdues ou gagnées ? C'est une question difficile à résoudre car il faut avoir une vue d'ensemble de la saynète décrite au travers des six problèmes.

Les réponses de Manon

Manon arrive à reconnaître l'addition, la soustraction ainsi que la multiplication lorsqu'il faut donner l'état final. Mais elle a de la peine à s'y retrouver lorsqu'il faut découvrir la transformation ou l'état initial. Elle a besoin d'aide et de manipulations afin de comprendre

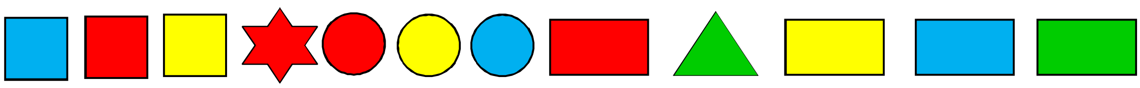
quel est le calcul idoine dans ces derniers cas.
Les problèmes font très peur à Manon. Elle redoute de se tromper et manque de confiance en elle. Bien souvent, elle reformule parfaitement un problème lu, mais elle ne sait pas quelle opération poser. Elle demande: « Je fais "plus " ou je fais "moins" » ? Bien que les problèmes conduisant à la multiplication aient été travaillés en classe, nous n'avons jamais entendu Manon nous proposer de faire une multiplication.

L'entretien actif

Manon doit résoudre les problèmes de son livre de mathématiques 4, intitulés "Place de jeu" (Danalet, Dumas, Studer & Villars-Kneubühler, 1999, p. 60-61). Elle est inquiète car elle ne les comprend pas. Afin de l'aider à mieux organiser son raisonnement, nous lui proposons de surligner les faits utiles, afin de ne pas les confondre avec les informations superflues. Pour ce faire, elle lit la question et la reformule; ensuite, elle va chercher les informations utiles dans l'énoncé et les surligne. Enfin, elle pourra réfléchir à la bonne opération à poser. Le « jeu de mains » (voir 5.4.1) rejoué plusieurs fois l'a aidée à comprendre quelle opération poser: bien souvent, elle écrit une addition à complément et tout de suite à côté, la soustraction correspondante. Une autre incompréhension a dû être expliquée: que veulent dire « somme » et « différence » ? En outre, Manon a souvent eu recours aux allumettes (voir 5.4.2) pour comparer les collections dont on parlait dans le problème.

5.4.6 Les classifications

Le matériel consiste en formes diverses découpées dans du carton de couleur.



Les questions

Dans un premier temps, Manon doit décrire ce qu'elle voit. Nous notons sa manière de définir la collection d'objets qu'elle a devant elle.
Dans un deuxième temps, nous demandons à Manon de mettre ensemble ce qui va bien ensemble. Nous observons, puis nous l'invitons à décrire ce qu'elle a fait et pourquoi elle a organisé ainsi les éléments en présence.
La troisième demande est de mettre ensemble ce qui va bien ensemble, mais autrement, avec une autre idée ! Si Manon commence par réunir les formes, elle devra réunir les éléments par couleurs. Et au cas où elle aurait commencé par rassembler les couleurs, elle devra penser à grouper par formes.

Nous poursuivons en expliquant: « Lorsque j'ai fabriqué ces éléments, j'ai décidé de faire ça et rien que ça ! J'ai utilisé les couleurs que tu vois et j'ai décidé de faire les formes que tu vois. À ton avis, avec ces formes et ces couleurs, j'ai tout fabriqué ? Ou je pourrais encore fabriquer quelques éléments ? » Manon donne son avis. Si elle pense que j'aurais encore pu fabriquer d'autres choses, elle est invitée à me dire lesquelles.
Et enfin, nous demandons: « Combien d'éléments je pouvais fabriquer au total ? Pourrait-on faire un calcul pour cette situation ?
Cet exercice nous renseigne sur la capacité de Manon à décrire des objets en fonction de leurs attributs. Nous observons si elle peut changer de critère lorsqu'elle en a reconnu un premier. Puis nous examinons si elle peut décrire des objets manquants selon une situation donnée. Et enfin, nous regardons si Manon peut écrire un calcul correspondant aux classes multiplicatives.

Les réponses de Manon

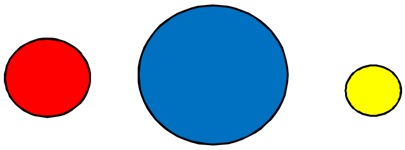
Manon sait bien décrire les éléments de formes et de couleurs différentes que nous lui avons présentés. Elle maîtrise le changement de critère. Par contre, elle pense qu'il ne manque rien à notre collection, que nous avons tous les éléments qu'il est possible de fabriquer avec quatre couleurs et cinq formes. Elle n'arrive pas à décrire tous les objets réalisables à partir d'une donnée à deux critères et ne peut proposer un calcul adéquat.

L'entretien actif

Lors d'un test significatif, Manon doit résoudre le problème suivant:
« Pipo le clown choisit un chapeau, une paire de pantalons et une chemise pour le spectacle du soir. Il a, dans son armoire, 3 chapeaux (rond, pointu et haut-de-forme), 3 pantalons (noir, brun et bleu) et 4 chemises (rouge, verte, rose et blanche). Il ne sait pas comment s'habiller aujourd'hui. Peux-tu lui dire combien de choix différents il pourra faire ? »
Manon a résolu le problème en écrivant « 3 + 3 + 4 = 10 » et a répondu: « Il a 10 choix différents. » Mais il s'agissait de classes multiplicatives: la bonne démarche aurait été de résoudre la situation soit en dessinant, soit en posant deux multiplications successives.
Pour pallier à cette incompréhension, nous avons proposé à Manon de fabriquer tous les clowns possibles, sur de petites cartes. Manon énonce un habillement possible et nous le dessinons schématiquement. Au fur et à mesure de la fabrication, Manon a découvert qu'elle devait s'organiser, qu'elle devait définir des critères pour grouper ses clowns. En avançant dans ce travail, elle a réalisé que la situation correspondait à la multiplication, après avoir

passé par l'addition répétitive.
Le problème tiré de son livre de mathématiques 4, intitulé "Top model" (Danalet *et al., op. cit.*, p.74) peut se travailler de la même manière.

5.4.7 Les sériations



Nous avons devant nous trois ronds de couleur et de grandeur différentes, en papier cartonné. Manon décrit ce qu'elle voit ; nous notons de quelle manière elle décrit les éléments reconnus. Puis nous proposons à Manon de dessiner ce qu'on lui demande. Elle a du papier et des crayons de couleur à disposition.

Les questions

« Dessine un rond plus grand que le rond bleu ».
« Dessine un rond plus petit que le rond jaune ».
« Dessine un rond plus grand que le rond rouge et plus petit que le rond bleu ».
« Dessine un rond plus petit que le rond rouge et plus grand que le rond bleu ».
Dans cet exercice, Manon nous montre, à travers ses dessins et ses réactions, si elle maîtrise la notion de sériation. Il est à remarquer que les trois premières propositions invitent à dessiner un élément possible; par contre, la quatrième proposition demande de dessiner quelque chose d'impossible: Manon va-t-elle repérer l'impossibilité liée à la sériation ?
Puis nous énonçons des phrases négatives :
« Dessine un rond qui n'est pas plus grand que le rond bleu ».
« Dessine un rond qui n'est pas plus petit que le rond jaune ».
Les phrases négatives nous informent sur la capacité de Manon à faire des déductions liées à la grandeur.
La liste des questions n'est pas exhaustive. Nous pouvons encore inventer beaucoup d'autres phrases, où les énoncés sont de plus en plus difficiles à comprendre.

Les réponses de Manon

Manon sait dessiner des éléments qui sont plus grands ou plus petits qu'un élément donné, qu'on utilise des phrases affirmatives ou négatives. Elle sait nommer l'impossibilité lorsqu'elle la rencontre et expliquer « pourquoi » c'est impossible ! Par contre, elle n'arrive plus à comprendre lorsqu'on nomme deux éléments : par exemple, « dessine un rond plus

grand que le rond rouge et plus petit que le rond bleu ». Cette phrase n'a pas été comprise par Manon. Les sériations sont comprises lorsqu'on compare deux objets, mais pas trois.
Nous avons proposé un exercice d'abstraction et de superposition avec le même matériel que précédemment. On ne manipule pas, mais on a les éléments sous les yeux. Nous demandons : « Si je mets le rond rouge en premier, puis le rond bleu par-dessus et enfin le rond jaune par-dessus, dessine ce qu'on verra ! » Nous proposons les six possibilités. Manon n'arrive pas à se représenter mentalement ce qui sera visible et ce qui ne le sera pas.

L'entretien actif

Manon comprend bien les sériations lorsqu'elle compare deux éléments, mais elle n'arrive pas à sérier une liste de nombres. Elle le fait à sa manière, mais il y a beaucoup d'erreurs. Elle ne comprend pas ses fautes. Nous l'invitons à nous expliquer comment elle procède. Elle explique qu'elle cherche le plus grand chiffre dans un nombre, puis le suivant, etc. Lorsqu'elle compare « 2370; 935 et 4122 », le neuf est le plus grand, le sept est le deuxième et le quatre est le dernier. Donc, « 935 > 2370 > 4122 ». Nous utilisons les allumettes et matérialisons chaque nombre avant de les comparer. Manon comprend ainsi mieux le sens de la sériation des nombres.
Nous n'aurions pu nous appuyer sur la notion de grandeur d'un nombre pour aider Manon dans cet exercice, étant donné qu'elle ne la maîtrise pas. Par contre, elle sait faire de bonnes recherches dans le dictionnaire. En effet, elle sait rechercher systématiquement la première lettre d'un mot, puis la deuxième, et ainsi de suite jusqu'à parvenir au mot ciblé. En conséquence, nous nous appuyons sur cette aptitude pour comparer les nombres: je compare d'abord les nombres contenant le plus de chiffres, en regardant d'abord le premier chiffre qui est à gauche, puis le deuxième, puis le troisième; ensuite, je compare les nombres contenant un chiffre de moins et procède de la même manière; et ainsi de suite. Cette analogie avec la recherche de mots dans le dictionnaire a aidé Manon à intérioriser une procédure de résolution pertinente pour les nombres.

5.4.8 L'inclusion

Nous avons devant nous un bouquet de fleurs contenant cinq marguerites et trois roses.

Les questions

« Est-ce que toutes les roses sont des fleurs » ?
« Est-ce que toutes les marguerites sont des fleurs » ?
« Dans mon bouquet, est-ce qu'il y a plus de marguerites ou plus de fleurs » ?

Si les réponses sont correctes, nous proposons de dessiner un bouquet où il y aura plus de marguerites que de fleurs ! Et enfin, si Manon n'est pas tombée dans le piège que nous lui tendions, nous lui demanderons de proposer une situation analogue, où on ne parlera plus de roses, ni de marguerites, ni même de fleurs.
Ces exercices nous donnent une information précieuse sur la capacité de Manon à comprendre l'inclusion. Manon comparera-t-elle les fleurs aux marguerites ? Ou aura-t-elle conscience que les marguerites sont un sous-ensemble qui est inclus dans celui des fleurs ? Et lorsqu'on lui proposera de dessiner une situation impossible, arrivera-t-elle à nous dire que cette situation est *impossible* ? Que chaque marguerite est une fleur et que par conséquent, on ne peut pas dessiner plus de marguerites que de fleurs ?
La dernière question est difficile, car nous proposons à Manon de décrire une situation d'inclusion autre que celle qui vient d'être étudiée.

Les réponses de Manon

Lorsqu'on lui présente un bouquet de fleurs, Manon sait bien montrer toutes les fleurs, puis toutes les roses, puis toutes les marguerites. Mais lorsqu'on lui demande s'il y a plus de marguerites ou plus de fleurs dans le bouquet qui est composé de trois roses et cinq marguerites, Manon oppose les marguerites aux roses : pour elle, il y a plus de marguerites que de fleurs.

L'entretien actif

Lorsqu'elle doit poser une soustraction, Manon passe systématiquement par sa façon de comprendre la situation: elle écrit une addition à compléments. Ensuite, elle peut poser la soustraction, grâce à sa compréhension de la réversibilité de l'addition et de la soustraction. Elle nous montre qu'elle n'a pas encore acquis les situations d'inclusion. C'est avec du matériel que nous abordons cette thématique.
En classe, Manon doit résoudre le problème tiré de son livre de mathématique 4 intitulé "Gourmands Zalton !" (Danalet *et al., op. cit.,* p. 40). La situation décrite la dépasse. Non seulement il s'agit d'inclusions hiérarchiques, mais il faut encore remonter dans le temps: le nombre de bonbons est connu à la fin de l'histoire et il faut retrouver le nombre de bonbons au début de l'histoire. Pour résoudre le problème, nous avons matérialisé la situation, avec des bonhommes et des pions, ces derniers étant répartis dans des boîtes incluses les unes dans les autres. C'est en jouant la saynète dans un sens puis dans l'autre, en explicitant chaque état, que Manon a pu comprendre la situation décrite. Puis nous avons fait une pause à chaque état, afin

de réfléchir à quel calcul la situation pouvait bien correspondre.

5.4.9 La combinatoire

Nous avons une collection de legos de même grandeur mais de quatre couleurs différentes.

Les questions

Dans un premier temps, nous demandons à Manon de fabriquer toutes les tours possibles, de quatre couleurs, mais toutes différentes. Les jumelles ne sont pas admises. Manon saura-t-elle permuter quatre éléments ? Peut-être devrons-nous passer par les permutations de deux éléments, puis de trois éléments pour qu'elle puisse maîtriser cet exercice.
Dans un deuxième temps, nous proposons de faire tous les choix possibles en prenant un lego, deux legos, trois legos puis quatre legos. Manon saura-t-elle faire tous les arrangements demandés ?

Les réponses de Manon

Manon a trouvé toutes les combinaisons possibles en permutant quatre éléments. Elle a su aussi trouver tous les arrangements possibles de un, deux, trois ou quatre éléments, lorsqu'il y a quatre éléments en jeu. Elle a fait preuve d'une bonne organisation. Cet exercice nous permet de savoir que Manon maîtrise bien les permutations et qu'elle sait trouver tous les arrangements possibles.

L'entretien actif

Manon doit résoudre un problème d'additions et de soustractions en colonne tiré de son livre de mathématiques 4, intitulé "Alliage" (Danalet *et al., op. cit.,* p. 4). Pour le réaliser, elle doit combiner tous les nombres proposés. C'est donc l'occasion idéale pour mettre en pratique ses aptitudes en combinatoire, dans une situation de résolution de problème.
Sachant que Manon fait preuve d'une bonne organisation et qu'elle maîtrise bien les additions en colonne, nous devons nous concentrer sur le sens des soustractions, car c'est dans ce domaine qu'elle éprouve des difficultés. Nous avons opté pour la représentation des nombres avec les allumettes afin que Manon comprenne l'impossibilité liée aux soustractions.

5.4.10 Réussites et difficultés observées en classe

Aptitudes constatées en classe

Manon lit bien, sait répondre aux questions, lève souvent la main, participe activement au travail collectif. Elle comprend bien le contexte d'un thème abordé. Ses résultats en français

confirment ses compétences en lecture.
En général, Manon a une attitude participative. Elle écoute bien les consignes collectives, se montre concentrée lorsque la maîtresse parle. Elle lève souvent la main pour répondre aux questions posées.
Elle s'applique bien dans ses travaux scolaires et ne relâche pas sa concentration.
Manon est une élève toujours souriante.
Elle s'investit beaucoup pour réussir ses travaux scolaires le mieux possible.
Pendant les moments de duo « maître – élève », elle s'implique bien dans les réflexions proposées.

Obstacles constatés en classe

Manon se perd lorsqu'elle doit remplir une grille de nombres. Elle ne comprend plus comment elle doit réfléchir lorsqu'il y a des flèches qui se croisent dans un petit schéma. Elle montre des difficultés à maîtriser les situations représentées spatialement.
Dans ses travaux, Manon utilise très souvent son effaceur… puis une étiquette blanche pour recouvrir ce qui a été corrigé à l'effaceur. Elle a besoin de corriger beaucoup de mots beaucoup de fois pour écrire juste. Ce qui a pour conséquence qu'elle fait preuve d'une lenteur manifeste par rapport à ses camarades lors des travaux écrits.
Corollaire de cette lenteur, Manon a besoin de beaucoup de temps pour terminer un contrôle en classe, que ce soit du français, des mathématiques ou un autre domaine.
Lorsqu'elle est en face d'une incompréhension, Manon saisit mieux les explications lorsqu'on lui parle que lorsqu'elle doit lire.

L'entretien actif

Au cours de nos entretiens, Manon a démontré qu'elle maîtrise bien le domaine infralogique: elle a acquis la permanence de la longueur et celle de la matière. En outre, la conservation du nombre est une évidence pour elle. Elle sait nommer les arguments idoines pour justifier ses réponses. Ce sont des aptitudes sur lesquelles nous nous appuyons.
Manon a de la peine à gérer le domaine spatial alors qu'elle est très bonne en logique. Pour pallier à ses difficultés dans l'espace, nous avons proposé le jeu « Logix »[3]. Manon apprécie beaucoup ce jeu; mais pour pouvoir poser un élément, elle a besoin de suivre le parcours avec ses doigts, sur la fiche d'exercice comme sur le plan de jeu.

[3] LOGIX, Michel Lyons & Robert Lyons, © Mondia Éditeurs inc., Laval, 1991

Un exercice tiré de son livre de mathématiques 4 intitulé "Des reptuiles" (Danalet *et al., op. cit.*, p. 29) est très difficile à résoudre pour Manon. Le sujet est lié à l'espace: il s'agit d'agrandir une forme à l'aide de quatre petites formes identiques à celle de départ. Afin de contourner la difficulté de Manon, qui ne pouvait pas s'appuyer sur son sens de l'espace, nous avons analysé les transformations et avons remarqué que les longueurs des côtés doublaient dans la forme agrandie. De plus, nous avons découpé les quatre petites formes identiques afin que Manon puisse les manipuler, en rotation et en symétrie, et les agencer. C'est grâce à ces chemins de traverse que Manon a pu appréhender cet exercice: elle s'est appuyée sur la notion de double qu'elle maîtrise et ses manipulations pour pouvoir construire la nouvelle forme.
En géométrie, Manon mesure un segment en alignant le chiffre « 1 » de sa règle sur le début de celui-ci. La notion d'origine est à revoir. Nous avons aligné des allumettes sur des longueurs et nous avons compté celles-ci: l'exercice a paru très simple à Manon. Ensuite, nous avons aligné des centimètres préparés un à un dans une bande de carton, puis nous les avons comptés et ensuite comparés à la mesure avec la règle. L'exercice a permis à Manon de dépasser sa difficulté.

Résultats globaux de la classe de Manon

Lorsqu'on compare les résultats de Manon avec ceux des élèves de sa classe, on peut constater que cette dernière a fait de grands progrès.
Cependant, on observe aussi que d'autres élèves de sa classe ont des résultats similaires aux siens. Un des élèves est par ailleurs diagnostiqué dyslexique et bénéficie d'un suivi logopédique. Un autre élève a des problèmes d'attention et est suivi en psychomotricité. Un troisième élève est diagnostiqué à haut potentiel et jouit d'une adaptation particulière lors de ses travaux.
Les exercices demandés aux élèves de la classe correspondent bien aux exigences demandées pour le niveau scolaire de Manon, étant donné que les résultats globaux de sa classe sont très bons (cf. annexe 9.5).

Les fonctions essentielles de l'intelligence consistent à comprendre et à inventer, autrement dit à construire des structures en structurant le réel. Il apparaît, en effet, de plus en plus que ces deux fonctions sont indissociables puisque, pour comprendre un phénomène ou un événement, il faut reconstituer les transformations dont ils sont la résultante et que, pour les reconstituer, il faut avoir élaboré une structure de transformations, ce qui suppose une part d'invention ou de réinvention.

Piaget (1969, p. 43-44)

6 Analyse

Comprendre et inventer sont les fonctions essentielles de l'intelligence, nous dit Piaget. Pour comprendre une notion, il nous exhorte à structurer le réel, c'est-à-dire à le questionner, l'expérimenter et l'interpréter afin de concevoir ce qu'il nous enseigne. Et pour appréhender le réel, le travail de la pensée se fera d'autant mieux si l'on manipule les objets dont on veut découvrir les secrets. La manipulation des objets, les transformations que l'on apporte en cherchant à comprendre comment fonctionne le matériel concret nous amène à construire nos structures mentales. Lorsque ces dernières sont intériorisées, nous pouvons à notre tour inventer, imaginer et transformer le monde.

Ainsi, c'est un enchaînement qui se réalise: observer, manipuler, comprendre les structures, les intérioriser; puis grâce à ce travail de recherche, imaginer, éprouver, réaliser de nouveaux objets de pensée devient possible. Ce sont les allers et retours d'un raisonnement approprié qui aident l'apprenant à maîtriser les concepts sous-jacents à tout apprentissage.

Manon a de réelles difficultés à s'approprier certaines connaissances mathématiques. Par contre, elle a de bonnes compétences logiques de base. Bien qu'elle maîtrise un certain nombre de notions, elle doute énormément d'elle-même, ceci étant dû à ses difficultés spécifiques; cela péjore grandement sa confiance en elle, si bien qu'elle n'ose plus *penser* de peur de se tromper. Afin de l'aider à rétablir sa confiance en elle et par là même sa capacité à apprendre, nous travaillons les notions mathématiques en nous appuyant sur du matériel concret. Ainsi, notre discours est mieux compris, celui-ci étant accompagné d'actions simultanées. Et de son côté, Manon s'approprie plus facilement les notions qui sous-tendent les objets mathématiques, puisqu'elle est invitée à accompagner chacune de ses réflexions par la manipulation d'objets.

Manipuler des objets sans réflexion n'apportera pas de connaissances particulières solides; par contre, manipuler tout en accompagnant ses actions par la parole et l'explicitation de la situation est formateur. Dans toute manipulation, nous demandons:

- d'anticiper, c'est-à-dire de raconter ce que l'on fera
- d'expérimenter, donc d'essayer de réaliser ce que l'on a décidé de faire
- de formuler, soit de décrire ce que l'on découvre ou réalise
- de constater, autrement dit de commenter le résultat obtenu
- de raconter la suite des événements vécus, en conséquence de faire la rétroaction de l'expérience.

Ainsi, après avoir élaboré une structure de transformation, Manon est invitée à relater les événements vécus, c'est-à-dire à faire un retour en arrière par la parole, en se basant sur la résultante de ses actions. Rappelons-nous que Piaget nous dit que pour comprendre un phénomène, il faut inventer et réinventer les processus de transformation. Par notre démarche, nous élaborons de ce fait la conscience de l'état initial, puis de sa transformation et enfin de l'état final engendré. Nous enchaînons ensuite en proposant un retour à l'état initial, afin de promouvoir le sens inverse d'une action. Les allers et retours ainsi faits, par l'action, par la parole et par la pensée permettent la prise de conscience de la réversibilité des opérations.

Ce travail de recherche ne peut se faire sans respecter le concept de « zone proximale de développement» (ZPD) défini par Vygotski. Ce dernier a établi un lien entre le développement et l'apprentissage qui stipule que construire sa pensée est entre autres tributaire des interactions entre individus. En effet, l'enfant peut apprendre seul mais il apprend aussi en agissant avec une personne extérieure. Cependant, pour que sa réflexion soit formatrice, il faut que le discours élaboré autour de l'expérience se fasse dans sa zone proximale de développement. Aussi, selon Lieury et de La Haye (2004):

> *L'évaluation des acquis des élèves par les enseignants s'avère donc une condition préalable nécessaire à toute conception d'apprentissage. Elle va permettre de savoir ce que les élèves sont capables d'accomplir en autonomie et ce qu'ils ne sont capables de réaliser qu'avec l'aide du maître et ainsi de leur proposer des activités situées dans cette ZPD et non en dehors (p. 19).*

C'est pourquoi il est important de faire un bilan de connaissances et de compétences avant de commencer tout travail avec un élève. Grâce à cette démarche préliminaire, Manon nous a renseignée sur ses connaissances et ses compétences solides, sur ses connaissances *flottantes* – nous voulons dire par là qu'elle a des acquis mais qu'elle n'est pas sûre de la pertinence de ceux-ci – et sur ses incompréhensions. Grâce au langage, qui tient une place centrale dans nos interactions, et aux manipulations qui soutiennent notre parole, nous pouvons *parler en nous comprenant*. Nous pouvons ainsi nous appuyer sur les connaissances et les compétences de Manon pour élaborer un étayage propice à ses nouveaux apprentissages.
Notre étayage s'inspire de Bruner (1983), qui spécifie que l'intervention du tuteur "comprend une sorte de processus d'étayage qui rend l'enfant ou le novice capable de résoudre un problème, de mener à bien une tâche ou d'atteindre un but qui auraient été, sans cette assistance, au-delà de ses possibilités" (p. 263). Il détaille les fonctions de tutorat en six étapes. La première étape consiste à avoir l'adhésion de l'élève, ce qu'il appelle "l'enrôlement". La deuxième étape propose de décomposer l'activité en sous-tâches afin de réfléchir étape par étape; c'est "la réduction des degrés de liberté". La troisième étape suppose d'aider l'élève à poursuivre son objectif lorsqu'il est confronté à ses limites; celle-ci est dénommée "le maintien de l'orientation". La quatrième étape spécifie de valider les actions qui sont pertinentes, donc de procéder à "la signalisation des caractéristiques déterminantes". La cinquième étape précise qu'il ne faut pas créer une trop grande dépendance à l'égard du tuteur; c'est "le contrôle de la frustration". Enfin, la sixième étape est la présentation de la solution trouvée, c'est-à-dire la justification de la recherche et sa formalisation; elle est nommée "la démonstration" (pp. 277-279).
Manon a très vite adhéré à cette manière d'interagir. D'une part, cela lui permet de conforter ses connaissances adéquates depuis le début de notre intervention. Elle peut ainsi reconstruire une meilleure image d'elle-même. D'autre part, elle comprend petit à petit, au long de nos interactions, que ses représentations propres sont parfois inappropriées; cela la conforte dans la recherche de connaissances pertinentes.
C'est grâce au milieu que nous réfléchissons ensemble et construisons un vocabulaire commun. Manon a souvent l'impression que le langage mathématique est hermétique. Elle n'a pas conscience des implicites qui le jalonnent. De même, l'écriture mathématique ne fait pas sens pour elle. En mettant en scène des situations-recherche, elle peut réfléchir sur du matériel concret, ce qui lui ouvre les voies de la réflexion abstraite.
Selon Dias (2007), le milieu créé suppose trois caractéristiques: il doit "comporter des objets sensibles (matériels ou symboliques) ou des objets mathématiques suffisamment familiers

pour le sujet. […]. Favoriser la mobilisation d'outils permettant de mettre en œuvre un traitement mathématique général. […]. [Et enfin permettre] la médiation entre sujets et objets" (p. 66).

> *Grâce à ces objets, l'élève pourra formuler des conjectures et interagir avec eux selon une dialectique se matérialisant par de nombreux allers et retours entre la théorie (ce que je sais de) et le sensible (ce que je vois, ce que je manipule) (Dias, 2007, p. 66).*

C'est par la mise en place de situations-problèmes particuliers que nous évoluons ensemble au cours de l'année scolaire. Les interactions élève-adulte sont riches et permettent une meilleure compréhension de la problématique à faire évoluer, autant pour Manon que pour nous-mêmes. Et grâce à notre intervention qui a lieu en classe et hors-classe, nous avons une meilleure vue d'ensemble au sujet des aptitudes et des difficultés de Manon.

6.1 Les difficultés spécifiques de Manon

Afin de décrire les difficultés spécifiques de Manon, nous allons nous baser tout d'abord sur le modèle développemental de la cognition numérique à quatre paliers de von Aster et Shalev, tant ce tableau contient une très grande part des obstacles que nous avons mis en évidence au cours de nos entretiens (cf. figure 1, p. 13).

Le premier palier concerne le système basique de la magnitude. Les capacités attendues sont le subitizing, l'approximation et la comparaison de nombres. Manon n'a pas accès au subitizing: lorsqu'elle est en présence de trois éléments, elle ne peut dire combien il y a d'éléments en présence de manière sûre sans les avoir comptés et touchés un à un. De même, l'approximation lui fait défaut: Manon prend quatorze pions pour montrer « 2345 pions » et pense avoir réussi la tâche; en outre, elle ne peut dire si quatorze est plus près de cent ou de trois sans avoir au préalable fait une longue recherche. La représentation mentale des nombres ne fait pas sens pour elle. De plus, elle n'arrive pas à faire une comparaison de nombres: comme nous l'avons vu lors de ses travaux de classe, elle pense que « 3422 < 198 » car, précise-t-elle, « le quatre est plus petit que le neuf et le huit ».

Le deuxième palier concerne le système numérique verbal. Bien que Manon sache très bien compter oralement, elle peine à intérioriser les passages des dizaines, centaines et milliers. Mais cette difficulté est souvent constatée chez les élèves de son âge, car ils sont en train d'apprendre la suite numérique de mille à dix-mille. Par contre, ce qui est préoccupant chez Manon, c'est son incapacité à utiliser des stratégies de comptage performantes: elle utilise scrupuleusement l'addition ou la soustraction en colonne pour connaître le nombre précédant ou succédant un nombre donné, même lorsqu'il n'y a pas de changement de dizaine, centaine ou millier à faire. En outre, elle apprend sans relâche les faits numériques, mais ceux-ci ne s'imprègnent pas dans sa mémoire à long terme; pour trouver les réponses des petites additions ou soustractions, Manon a besoin de ses doigts; et pour trouver les réponses des livrets, bien qu'elle y travaille chaque jour et qu'elle arrive à stocker les réponses en mémoire à court terme, ceux-ci « se perdent», dit-elle, au fur et à mesure que l'ensemble des réponses à connaître devient grand. La récupération de faits est une des plus grandes difficultés de Manon, car elle y consacre énormément de travail pour des résultats décevants.

Le troisième palier concerne le système numérique arabe: c'est le monde des chiffres. Dans ce domaine, Manon éprouve des difficultés lorsqu'elle est en présence de zéros. Elle peine à écrire les nombres plus grands que «999». De plus, alors qu'elle arrive à lire un nombre de quatre chiffres correctement, elle n'arrive pas à l'écrire ensuite sur la machine à calculer; elle transcrit le nombre avec plusieurs zéros supplémentaires.

Le quatrième palier concerne la ligne numérique mentale. Celle-ci n'est pas construite chez Manon. Elle n'a pas accès à une image spatiale qui lui donnerait des indications quant à la grandeur d'un nombre ou quant à sa place par rapport à un autre. Le calcul approché ne fait pas sens pour elle. La pensée arithmétique lui fait défaut.

Outre les difficultés citées plus haut, Manon a de la peine à appréhender le domaine spatial. En effet, en présence de petits schémas fléchés, Manon se perd lorsque les flèches se croisent. Et le domaine de la géométrie est aussi difficile à maîtriser pour elle; cela exige que l'on prenne des chemins de traverse pour réaliser certaines tâches géométriques.

La numération, le sens des opérations et les problèmes sont des matières dans lesquelles Manon se perd. Il s'agit de rétablir une bonne compréhension de ceux-ci en s'appuyant sur le domaine logico-mathématique et infralogique d'une part et sur l'analyse de situations-problèmes particulières basées sur du matériel concret d'autre part. Cependant, le domaine logico-mathématique est à étudier plus avant, car la maîtrise des classes multiplicatives et de l'inclusion sont à découvrir. Selon Piaget (1993), "les concepts enfantins sont un produit de la juxtaposition et non de la synthèse d'un certain nombre d'éléments encore disparates et qui ne se mettront en relation que progressivement" (p. 129). La façon de résoudre le problème des clowns (voir 5.4.6) montre bien que Manon a juxtaposé les éléments: elle additionne le nombre de possibilités de mettre un choix de chapeaux, un choix de pantalons et un choix de chemises pour calculer combien d'habillements il est possible de faire. En outre, lorsqu'elle doit résoudre le problème des « Zalton » (voir 5.4.8), elle n'a aucune idée de la représentation qu'on pourrait se faire de la situation. Ce sont bien les relations qu'il y a entre les différents éléments donnés qui lui font défaut. C'est en créant les situations précédentes avec du matériel concret et en analysant les relations existantes entre les différents éléments élaborés que Manon a pu appréhender les problèmes cités.

6.2 Les compétences de Manon

Ce sont bien sur ses compétences que Manon se raccroche afin de pallier à ses difficultés en mathématiques. Elle a une bonne logique de base, ce qui l'aide à réfléchir et à comprendre par quels détours elle doit passer pour répondre aux questions dont les réponses immédiates lui font défaut. La conservation de la matière et de la longueur (domaine infralogique) ainsi que celle du nombre (domaine logico-mathématique) sont acquises. D'après Dolle (1997), "de tels invariants sont nécessaires au fonctionnement des structures logiques – les opérations logiques reposent sur les conservations – et se constituent en parallèle et en même temps qu'elles et obéissent aux mêmes lois de totalité (groupement des opérations concrètes)" (p.88). C'est pourquoi l'acquisition des invariants est une aptitude importante à maîtriser si l'on veut améliorer ses compétences logiques.

De façon générale, Manon a de très bonnes capacités de travail et une grande persévérance. Elle ne se décourage pas: du moins, nous ne l'avons jamais vue découragée. Elle se montre attentive en classe et hors-classe et s'efforce d'employer toute son intelligence pour aller de l'avant.

Grâce à l'entretien à questions fermées, nous constatons que Manon a acquis la notion d'ensemble et le double regard, qui veut que sept jetons puissent tout aussi bien être nommés par leur « nombre d'unités » que par leur qualité de « groupe ». Nous pouvons nous appuyer sur cette connaissance afin de travailler la numération et les multiplications.

Manon a bien compris la technique des opérations en colonne. Elle s'aide de cette compétence chaque fois qu'elle y trouve de la pertinence. C'est une aptitude sur laquelle nous nous appuyons afin de renforcer ses acquis.

Le domaine logico-mathématique est en bonne voie d'acquisition. Manon définit correctement les critères et les attributs d'une collection d'éléments, c'est un bon début. Elle comprend les sériations et sait même citer l'impossibilité liée à ce domaine. Nous pouvons nous référer à ces aptitudes pour aller plus loin encore dans la maîtrise de ces notions. La fabrication d'un jeu de classes multiplicatives l'a aidée à les comprendre; par la suite, elle a utilisé la multiplication à bon escient. Ce fut une découverte pour Manon. Le fait de saisir que les nombres en présence ne sont pas de même nature lui a permis de surmonter son

incompréhension à ce sujet. En effet, dans le cas des clowns, on multiplie des choix possibles de chapeaux, de pantalons et de chemises pour trouver un nombre d'habillements.
Lorsque Manon utilise l'addition ou la soustraction, elle ajoute ou enlève des choses de même nature, car elle étudie le système additif (des chemises avec des chemises par exemple). L'apparition du système multiplicatif exige d'adopter un autre point de vue: on compte des éléments qui sont de natures différentes (chapeaux, pantalons, chemises donc habillements possibles dans notre exemple ci-dessus).

6.3 La numération, le sens des opérations et les problèmes

Notre système de numération est difficile à comprendre pour certains élèves. L'emploi de dix symboles (0 à 9) positionnés de telle sorte qu'ils forment tous les nombres possibles est quelque chose qui reste mystérieux pour quelques enfants. De même, le langage utilisé pour nommer les nombres fait aussi appel à des ressources particulières si l'on analyse la façon dont on les prononce. Tout cela n'est que convention. Mais que faire pour la comprendre, cette convention ?
L'histoire nous montre que tous les humains ont été confrontés à la difficulté qui consiste à représenter une quantité par des symboles. Meljac, Bernardeau et Chaine (2011) expliquent que "ces nombres, dont nous nous servons souvent, ne sont pas sortis tout faits d'un chapeau de magicien. Ils se sont formés jour après jour, depuis des millénaires, avec des erreurs et des tâtonnements pour devenir ce qu'ils sont aujourd'hui" (p.13). Manon fait aussi des erreurs et des tâtonnements.
Quelques auteurs nous guident afin que nous puissions aider Manon à dépasser ses difficultés. Bacquet et Guéritte-Hess (1990) élaborent une marche à suivre originale pour la prise en charge de l'enfant en difficulté car, disent-elles, "débusquer avec lui la convention, présenter d'autres systèmes de numération, lui proposer d'inventer un autre code, cela libère l'enfant et donne un sens à la numération" (p. 14). Elles proposent d'utiliser du matériel divers comme support de l'action, afin de faire correspondre le réel au discours de l'enfant et de l'adulte. Et les réflexions faites autour de ce matériel aident à faire découvrir la logique de la numération. En effet, en présence d'allumettes qu'il faut manipuler, le sens que l'on donne aux mots devient visible. Manon ne comprend pas à quoi lui servent les mots appris: unité, dizaine, centaine, millier. Dès que nous utilisons les allumettes pour représenter chaque nombre, que nous mettons des élastiques autour de dix allumettes pour représenter les dizaines, que l'on regroupe dix dizaines pour faire une centaine et que l'on remplit des boîtes de dix centaines pour représenter le millier, Manon a devant elle de quoi réfléchir à la finalité de ces notions

apprises en classe. Ainsi, elle commence à utiliser ces notions de numération pour résoudre ses calculs. Cependant, cela prend du temps. Nous élaborons chaque étape pas à pas, en procédant par itération. Puis lorsque Manon comprend une nouvelle notion et qu'elle l'utilise à bon escient, nous continuons nos exercices en les complexifiant.

Bacquet et Guéritte-Hess (1990) proposent de diversifier le matériel utilisé lorsqu'on étudie la numération. Il y a "les « uns » qui demeurent" (p. 137) comme les allumettes décrites ci-dessus, où tout reste sous les yeux; "les « uns » qui s'échangent, mais restent visibles" (p. 138) comme le matériel multibase, constitué d'unités, de barres de « dix », de plaques de « cent » et de cubes de « mille », matériel dans lequel l'échange de dix unités contre une barre de dix est un pas supplémentaire dans la réflexion ; "les « uns » qui disparaissent, mais laissent une trace symbolique" (p. 138), comme l'argent où dix pièces de un franc sont échangées contre un billet de dix francs sur lequel « 10 » est écrit, ce qui est un pas de plus vers l'abstraction; "les « uns » qui disparaissent, se transforment en un autre « un » en changeant de couleur (p. 138), comme les jetons de couleurs différentes et de forme identique, où l'on a attribué une valeur (un, dix, cent, mille) à chaque couleur, par convention, ce qui représente encore un pas franchi vers l'abstraction; "les « uns » qui parlent suivant la position" (p. 139) comme les abaques, où chaque pièce change de valeur suivant sa position, ce qui correspond bien à notre système de numération, où chaque chiffre change de valeur suivant sa position.

Manon utilise le matériel proposé ci-dessus pour comprendre les notions de numération. Cela l'aide à illustrer ses propos, qui s'enrichissent au fur et à mesure que le matériel change. Elle montre beaucoup de plaisir à manipuler des objets concrets et découvre les notions implicites liées à la numération. Au fil de nos interactions, elle a acquis plusieurs compétences: écrire les nombres jusqu'à dix mille sur une machine à calculer, utiliser les notions d'unités, dizaines, centaines et milliers pour calculer de tête et passer de l'écriture alphabétique à l'écriture chiffrée entre autres.

Les difficultés de transcodage des nombres sont relevées par Lochy et Censabella (2005):

> *Écrire un nombre sous dictée ne peut se réaliser en transcrivant simplement chaque mot de la forme verbale dans le nombre arabe correspondant […], mais nécessite au contraire une analyse des relations entre les mots, déduites de leur ordre dans la séquence et de leur taille. De même, pour lire à voix haute un nombre écrit, il ne suffit pas d'énoncer les chiffres le constituant mais cela requiert une analyse de leur position dans la séquence (p. 77).*

Manon ajoute effectivement des zéros surnuméraires lorsqu'elle écrit un nombre en chiffres, sur papier et sur la machine à calculer. C'est en analysant l'organisation de notre système numérique que nous avons pallié à ce problème.

Ensemble, nous avons vu que "le système des numéraux verbaux comprend des primitives lexicales, c'est-à-dire des mots qui réfèrent directement et individuellement à une quantité" (Lochy & Censabella, 2005, p. 78). Ce sont les noms des unités, ceux des dizaines ainsi que la centaine, « cent » et le millier, « mille ». Ensuite, pour dire les nombres, il y a une combinaison de mots, qui "est régie par la syntaxe du système, caractérisée par deux types de relations: relation de somme […] ou de produit" (p. 78). Ainsi, le nombre « cent huit » signifie « cent plus huit » et le nombre « huit cents » signifie « huit fois cent ». La plupart des nombres comporte ces deux relations. Par ailleurs il y a encore les noms de nombres particuliers, de onze à seize, où un mot est utilisé pour nommer deux chiffres.

Par contre, le système des numéraux arabes comprend seulement dix chiffres, qui se combinent selon leur position en base dix.

Les opérations sont abstraites pour Manon, elles ne représentent pas une activité concrète. Elle ne peut donc pas mettre en lien la réalité avec les apprentissages qu'elle fait en classe. Selon Christofidès-Henriques (1997), "l'activité de jouer permet la compréhension de concepts de base difficiles, voire même impossibles à transmettre par un enseignement ciblé. Puis elle permet l'acquisition des automatismes. […]. Un apprentissage non basé sur la compréhension reste superficiel et « s'évapore » rapidement" (p. 185). L'auteure propose notamment des activités arithmétiques pour aider à comprendre le sens des opérations. On trouve des pistes pour travailler les notions d'ajout, de complément, de différence et de partage. Les jeux de devinettes créés autour des quatre opérations ont favorisé la compréhension de l'écriture mathématique chez Manon. Le fait de *jouer* les additions, les soustractions, les multiplications et les divisions avec du matériel lui a permis de comprendre le sens de l'écriture mathématique. Chaque fois qu'une saynète est réalisée, Manon la décrit en paroles et en écriture mathématique, simultanément.

Manon a une mémoire à long terme très faible en ce qui concerne les faits arithmétiques. En outre, elle ne comprend pas le sens des opérations qu'elle pratique depuis quatre ans en classe. D'après Geary (2005), "la mémoire de travail est la capacité à maintenir explicitement une représentation mentale d'une certaine quantité d'information, tout en étant engagé simultanément dans d'autres processus mentaux" (p. 176). Lorsqu'un enfant calcule, des associations problème/réponse devraient se faire, enrichissant ce qu'on appelle la boucle phonologique; ce sont des compétences procédurales. Une autre composante des mécanismes cognitifs est la compréhension des concepts mathématiques, qui dépend de la mémoire à long terme. Selon Ohlsson et Rees (1991), Rittle-Johnson, Siegler et Alibali (2001) et Sophian (1997), cités par Geary (2005) "le développement des connaissances conceptuelles et les compétences procédurales sont interdépendantes, les connaissances conceptuelles influençant l'utilisation des procédures et l'exécution procédurale offrant une occasion de faire des inférences sur les concepts associés" (p. 181). À la lumière de ces données, on voit qu'il est essentiel de travailler chaque domaine mathématique en alternance et en lien avec les autres domaines.

Manon craint la résolution de problèmes. Elle dit ne pas savoir quelle opération utiliser. Nous comprenons son désarroi, sachant qu'elle n'a pas acquis le sens des opérations. Effectivement, sans cette connaissance, elle ne peut faire de lien entre ce dernier et les problèmes qu'elle doit résoudre. Selon Fayol, Thevenot et Devidal (2005):

> *Les recherches conduites depuis deux décennies ont confirmé que l'une des difficultés essentielles des activités de résolution de problèmes arithmétiques réside* [...]*, dans la compréhension/interprétation des énoncés et dans la mise en relation du résultat de cette compréhension avec les procédures de résolution (p.195).*

Nous travaillons la compréhension de la résolution de problèmes en lien étroit avec celle du sens des opérations. Manon a étudié le système additif, grâce au « jeu de mains » notamment; depuis qu'elle a intériorisé cette connaissance, elle résout ses problèmes exigeant une soustraction en écrivant une addition à complément en colonne, et tout de suite après, la soustraction correspondante. Il est important de souligner que nous avons examiné la notion temporelle qui régit autant les opérations que les problèmes. Cet aspect n'était pas conscient chez Manon.

Le modèle intégratif du développement des compétences numériques est basé sur cinq facettes interdépendantes et non hiérarchiques: les compétences logiques, le comptage et le dénombrement, la représentation de la numérosité, la connaissance du système de numération et les opérations arithmétiques. Lorsqu'on compare la numérosité de deux collections, c'est-à-dire lorsqu'on compare deux quantités sans compter, en jugeant le rapport de l'une à l'autre, les réponses deviennent d'autant plus exactes que les collections sont différentes, selon un rapport défini par la loi de Weber-Fechner. Nous avons vu que la représentation de la numérosité, qui intervient dans l'estimation des grandeurs numériques, fait défaut chez Manon. C'est d'autant plus surprenant que selon Habib (2011), "l'universalité de la loi de Weber pour les humains de tout âge et de toutes cultures, et même les animaux est

généralement prise comme argument en faveur de l'existence d'un mécanisme universel pour le traitement approximatif des nombres" (p. 9). Nous sommes impuissante face à ce trouble.
Par contre, nous avons pu rétablir une bonne compréhension du système de numération et des opérations arithmétiques en nous appuyant sur le comptage et le dénombrement et sur les compétences logiques de Manon. Le travail dans un domaine a soutenu les réussites dans un autre domaine et vice-versa. D'après George-Poracchia (2011), "le développement des compétences numériques prend souvent une forme circulaire: une capacité A stimule le développement d'une capacité B qui, en retour, favorise un plus grand développement de la capacité A" (p. 72).

6.4 Les classifications, les sériations, l'inclusion et la combinatoire

Pourquoi s'attarder aux notions logico-mathématiques ? Nous sommes au niveau de la période des opérations concrètes, qui se construit après la période préopératoire. L'enfant passe de la représentation figurative à celle des opérations concrètes. Or, selon Dolle (1997):

> *L'opératif, qui recouvre l'infra-logique et le logicomathématique nourrit des rapports avec le figuratif. [...] C'est toujours l'opératif qui structure toute représentation. Le plus souvent, la représentation ou pensée s'accompagne d'images. [...]. Il apparaît que l'image est nécessaire pour la représentation des états, mais qu'elle est insuffisante pour la compréhension des transformations (p.196).*

C'est la première raison pour laquelle il nous apparaît nécessaire de questionner le niveau de compréhension de Manon au sujet de ses capacités logico-mathématiques et infralogiques. Pour comprendre les transformations qui ont été nécessaires pour passer d'un état à un autre, l'utilisation de matériel est bénéfique, car il ne supporte pas de malentendus, puisque nous parlons de réalité visible et transformable. La deuxième raison se trouve dans le contenu implicite des activités mathématiques: quelles connaissances faut-il maîtriser pour comprendre les situations-problèmes proposées dans le programme de maths ? Nous avons répondu en partie à cette question dans les exemples relatant nos entretiens actifs. Une autre raison est que tout ce qui se rapporte aux configurations, comme l'état initial et l'état final d'une opération, fait partie des aspects figuratifs de la pensée; et tout ce qui se rapporte aux transformations relève des aspects opératifs.
En travaillant un cas particulier, nous encourageons Manon à passer à l'abstraction de la situation en posant le matériel derrière un cache et en lui faisant verbaliser ce qui se passe

derrière ce cache, le matériel étant manipulé par nous-mêmes. En outre, en partant de ce cas particulier, nous faisons des liens avec d'autres systèmes qui fonctionnent de la même manière. Ainsi, nous aidons Manon à passer des situations particulières à l'abstraction puis à la généralisation. Selon Barth (1987), "c'est cette généralisation qu'il faut faire passer et stocker dans la mémoire à long terme, prête à être mobilisée et utilisée toujours et dans tous les contextes" (p. 99). L'auteure souligne une différence importante:

> *Premièrement, il y a une réelle différence dans le parcours de la pensée: l'abstraction est une opération mentale qui considère à part un ou plusieurs éléments d'une perception en négligeant les autres. La généralisation est une opération mentale par laquelle on étend à une classe entière ce qui a été observé sur un nombre limité de cas singuliers appartenant à cette classe (p. 99).*

6.5 Grandeur, mesure et géométrie

Manon éprouve des difficultés à appréhender l'espace. Elle mesure un segment en alignant le « 1 » de sa règle sur le début de la longueur à mesurer. C'est la notion d'origine qui n'est pas acquise; le même problème est présent lorsqu'elle additionne, soustrait ou multiplie avec ses doigts ou en dessinant de petits traits. Dans le discontinu, où l'on compte des objets séparés les uns des autres, comme dans le continu, où l'on mesure, elle répète la même erreur.

Dans le discontinu, pour additionner ou soustraire, elle nomme le nombre de départ en levant le premier doigt: elle n'a pas conscience qu'elle est en train de nommer la quantité *déjà comptée*, soit la collection de départ; et pour la multiplication, elle représente le « nom du livret », puis elle surcompte dès ce nombre, autant de fois qu'il le faut. C'est en matérialisant ces collections de départ et en réfléchissant à leur sujet que Manon a pu dépasser cette erreur récurrente.

Dans le continu, Manon apprend que le « un » est une longueur et que ce segment est noté, sur sa règle, « 0 » à son extrémité de gauche et « 1 » à son extrémité de droite, pour le premier centimètre. En matérialisant les segments avec des allumettes alignées, Manon a pu dépasser son incompréhension. D'après Guéritte-Hess (2009), le « un » recouvre simultanément trois aspects dans le continu: "1° une durée, un intervalle, une quantité de liquide… 2° un point sur lequel va être inscrit le chiffre "1"; 3° une autre durée, un autre intervalle qui succède au premier, en utilisant les fractions ou la virgule" (p. 26).

Lors de ses activités de géométrie, lorsqu'elle doit transformer une figure, Manon a de la peine à avoir une représentation mentale qui lui permet d'anticiper la figure telle qu'elle sera afin de la dessiner. Selon Crouail (2008), "dans ces tâches, il faut non seulement pouvoir isoler les différents constituants de la figure, mais surtout les considérer les uns par rapport aux autres, dans leurs orientations et leurs rapports successifs" (p. 60). C'est pourquoi nous analysons la figure au travers du langage et par le découpage, afin d'aider Manon à mieux appréhender la situation en cherchant les rapports existants et les orientations possibles.

6.6 Quand le raisonnement en mathématiques ne se fait pas…

Le raisonnement en mathématiques est habituellement élaboré silencieusement. Mais il est essentiel de pouvoir mettre en mots ce que l'on pense tout bas: cela permet de renforcer sa propre pensée en la confrontant à celle des autres. À l'école, grâce à la manipulation et à l'expérimentation, les élèves peuvent élaborer leur pensée et leurs recherches. Car selon Dias (2012):

> *Permettre aux élèves d'observer des phénomènes, et même d'en créer, consiste en effet à utiliser une mise en questionnement des activités a priori: non plus faire pour faire, mais faire pour explorer, pour rechercher, pour confronter, pour valider et vérifier. Expérimenter est un projet qui rend donc les élèves certes actifs, mais aussi acteurs de leur propre développement (p. 124).*

Manon a besoin d'expérimenter, d'observer, de questionner et de confronter les objets mathématiques pour élaborer son propre raisonnement, son propre développement. Elle n'a pas accès aux intuitions fondamentales de l'espace, du temps et du nombre. C'est pourquoi elle a besoin de mettre en mots tout ce qui touche à ces domaines. Elle a besoin de formaliser les concepts mathématiques consciemment, pas à pas.
Dehaene (2008) spécifie que:

> *Les fondements cognitifs des mathématiques doivent être recherchés dans une série d'intuitions fondamentales de l'espace, du temps, et du nombre, partagées par de nombreuses espèces animales, et que nous héritons d'un lointain passé où ces intuitions jouaient un rôle essentiel à la survie. Les mathématiques se construisent par la formalisation et la mise en liaison consciente de ces différentes intuitions (p. 277-278).*

Mais parce que ces intuitions fondamentales ne se font pas *automatiquement* chez Manon, celle-ci a développé une image d'elle-même perturbée. Elle sait qu'elle doit travailler pendant des heures pour acquérir ce que ses camarades comprennent et mémorisent très facilement. Elle doit sans cesse rechercher, par des activités de raisonnement, ce que les autres ont stocké en mémoire à long terme. Elle se sent différente de ses camarades.

Épilogue

Un élève atteint de trisomie 21 est intégré dans le même collège que Manon. Un jour, elle me demande: « Ça veut dire quoi, mongol ?» Elle a entendu ses camarades employer cette expression. Nous lui répondons que l'élève dont ses camarades parlent est atteint d'une anomalie chromosomique qui provoque son particularisme. Manon fait preuve d'empathie: «Ça doit être dur pour ses parents ! » me dit-elle. Puis elle enchaîne: « C'est comme moi, je suis dyscalculique, … (elle hausse les épaules) … et on peut être dyslexique ! »

Manon se compare à l'élève atteint de trisomie 21 et pense qu'elle est comme lui. Les difficultés qu'elle vit tous les jours lui semblent être une carence, un défaut ou une pathologie. Il y a les anomalies qui se voient… et celles qui ne se voient pas…

Au sujet de ce que peuvent éprouver les élèves qui ont une insuffisance en maths, Siety (2001) remarque que:

> *Chaque élève a sa façon de la vivre, de la ressentir; elle est chargée d'un sens qui lui est propre, même s'il n'en est pas nécessairement conscient. Elle est intriquée à sa vie: elle est une expérience qui lui appartient, détermine ses rapports aux autres, participe de son identité (p. 88-89).*

Ce sont des outils pour penser la complexité de ce métier qu'il s'agit de transmettre : des boussoles pour naviguer ; des techniques pour monter et démonter la voile par tous les temps ; des savoirs sur les vents et sur ce qui est toujours imprévisible. Des techniques, certes, mais aussi une éthique de la navigation.

Mireille Cifali (2007, p. 285)

7 Perspectives

Le métier d'enseignant est tel qu'il nécessite des remises à niveau constantes. Les savoirs acquis sont sans cesse en évolution, si bien que l'enseignement doit s'adapter à toutes les nouveautés. Mireille Cifali compare le métier d'enseignant à la navigation. Afin de s'adapter à tous les vents, afin de parer à l'imprévisible, elle nous exhorte à construire et transmettre des outils de travail pour répondre à la complexité de notre quotidien. Notre recherche s'inscrit dans cette démarche.

Au cours de notre étude, nous avons interrogé la problématique de la dyscalculie et élaboré une mise en place de techniques permettant d'aider nos élèves souffrant de ce trouble. Grâce à cet outil et par extension, nous pouvons soutenir tous les élèves qui sont en grande difficulté de compréhension dans le domaine des mathématiques, ceci selon notre éthique d'enseignante spécialisée.

Quelles sont les perspectives envisagées après notre recherche?

Tout d'abord, nous escomptons que notre étude sera utile à tous les enseignants qui souhaiteraient s'informer au sujet de la dyscalculie. C'est pourquoi nous avons relaté l'historique de celle-ci puis élaboré des pistes de travail. La "boîte à outils" permettra, nous l'espérons, de prendre en charge des élèves faibles en mathématiques ou dyscalculiques tout en ayant un regard bienveillant. En ciblant et en comprenant la nature des obstacles rencontrés par chacun de ses élèves, l'enseignant pourra les guider, en suivant des chemins de traverse, jusqu'à la réussite dans ce domaine. Car c'est en connaissant les sources de leurs difficultés que nous pouvons aider nos élèves le mieux possible.

Au niveau de nos élèves, notre outil nous permet de cibler leurs incompréhensions et leurs troubles. De ce fait, nous pouvons établir un bilan de connaissances et de compétences adéquat, ce dernier étant une "photographie" au moment de la prise en charge. Cette dernière nous guide pour les soutenir et les aider à dépasser leurs lacunes ainsi qu'à élaborer un raisonnement adéquat. Notre bilan devient ainsi notre fil rouge quant à notre intervention auprès de chaque élève.

Au niveau de nos collègues enseignants, nous pourrions faire partager notre expérience en tant que personne-ressource. Nous envisagerions de collaborer entre pairs dans le but d'utiliser la "boîte à outils" plus largement.

Et enfin, au niveau de la dyscalculie et des troubles du raisonnement que nous avons identifiés dans notre recherche, un projet plus vaste pourrait voir le jour. Noël (2011) se demande s'il existe un cerveau particulier chez les enfants souffrant de dyscalculie: en effet, plusieurs études attestent de "différences anatomiques et fonctionnelles entre le cerveau d'enfants dyscalculiques ou contrôles" (p. 41). Partant du fait que les cerveaux des enfants diagnostiqués dyscalculiques sont moins activés que ceux des enfants contrôles lorsqu'ils font une tâche identique et partant du fait que la plasticité du cerveau de l'enfant est énorme, nous imaginons entreprendre une recherche à longue échéance. En collaboration avec des neuroscientifiques, nous proposerions de prendre en charge des élèves rencontrant de grandes difficultés en mathématiques afin de les aider à élaborer un meilleur raisonnement et donc de meilleures compétences. À intervalles réguliers, nous leur proposerions de travailler à des tâches de raisonnement tout en enregistrant leur activité cérébrale par Imagerie de Résonance Magnétique fonctionnelle (IRMf). Nous pourrions ainsi comparer leur activité cérébrale en fonction de leurs aptitudes, ainsi que leur évolution par rapport à ces deux points de vue. Nous créerions ainsi un pont entre les neurosciences et la pédagogie.

Dans leur communication, Feraud, Battesti, Dejean, Mandine & Pesez Richon (2003) font part de leur travail en réseau et illustrent, au travers d'un cas clinique, "la démarche qui consiste à partir du bilan neuro-psychologique, à piloter les prises en charge thérapeutiques et à accompagner les démarches pédagogiques" (p. 165). Ils attestent qu'ils ont pu "faire reculer le trouble, donner des moyens de suppléance pour une meilleure efficacité scolaire [et] changer le regard porté sur cet enfant" (p. 165). Leur expérience montre l'importance de travailler en interdisciplinarité. Nous sommes convaincue de la pertinence de cette approche.

8 Bibliographie

Bacquet, M. & Guéritte-Hess, B. (1990). *Le nombre et la Numération. Pratique de rééducation.* Brive: Papyrus.

Barrouillet, P. (2006). Les troubles de l'arithmétique et la dyscalculie. Dans P. Barrouillet & V. Camos (Éd.), *La cognition mathématique chez l'enfant* (pp. 181-210). Marseille: Solal.

Barth, B.-M. (1987). *L'apprentissage de l'abstraction.* Paris: Retz.

Barth, B.-M. (2006). La construction du sens: une approche socio-cognitive de la médiation. Dans G. Toupiol (Éd.), *Apprendre et comprendre. Place et rôle de la métacognition dans l'aide spécialisée* (pp. 65-82). Paris: Retz.

Bellano, D. (1989). Diagnostic et remédiations cognitifs. Dans J.-M. Dolle & D. Bellano, *Ces enfants qui n'apprennent pas. Diagnostic et remédiation* (pp. 91-153). Paris: Centurion.

Boimare, S. (2010). La psychopédagogie face aux adolescents ascolaires. Dans S. Boimare (Éd.), *Pratiquer la psychopédagogie. Médiation, groupes et apprentissage* (pp. 7-26). Paris : Dunod.

Boutin, G. (2008). *L'entretien de recherche qualitatif.* Québec : PUQ.

Bruner, J. S. (1983). *Le développement de l'enfant: savoir faire, savoir dire.* Paris: PUF.

Christofidès-Henriques, A. (1997). *Jouer et comprendre*. Lausanne: Centre de Ressources pédagogiques de l'Enseignement Spécialisé.

Christofidès-Henriques, A. (2003). *L'arithmétique apprivoisée.* Lausanne : Centre de ressources pédagogiques de la HEP-VD.

Cifali, M. (2007). *Le lien éducatif : contre-jour psychanalytique.* Paris : PUF.

Crouail, A. (2008). *Rééduquer dyscalculie et dyspraxie. Méthode pratique pour l'enseignement des mathématiques.* Issy-les-Moulineaux: Elsevier Masson.

Damasio, A. R. (2010). Entretien avec le professeur Dr Antonio R. Damasio. *Prismes / Revue pédagogique HEPL, 12*, 47.

Danalet, C., Dumas, J. P., Studer, C. & Villars-Kneubühler, F. (1999). *Mathématiques 4. Livre de l'élève.* Neuchâtel: COROME.

De Barbot, F. & C. Meljac (2012). Espace, nombre et cognition : Des fils à tisser pour le chercheur, le praticien et l'enseignant. *A.N.A.E., Dyscalculie et innumérisme : troubles du calcul ou enfants troublés par les maths ? N°120-121 - novembre-décembre 2012 – Vol. 24 – Tome V et VI,* 587-591.

Dehaene, S., Molko, N. & Wilson, A. (2004). Dyscalculie, le sens perdu des nombres. *La recherche, 379*, 42-49.

Dehaene, S. (2008). Cours : les fondements cognitifs de l'arithmétique élémentaire. *Psychologie cognitive expérimentale*, 277-301.

Dehaene, S. (2009). Le cerveau, l'arithmétique et la dyscalculie. *Recherche en tête. La revue de la Fédération pour la Recherche sur le Cerveau. 9-15 mars 2009* ,7-10.

Dehaene, S. (2010). *La bosse des maths. 15 ans après.* Paris : Odile Jacob.

Dehaene, S. (2012). « Une intense communication cérébrale ». *Les dossiers de la recherche, 49*, 22-24.

Dias, T. (2007). Le rallye maths: un milieu d'apprentissage spécifique. Dans *Actes des journées d'études sur le Rallye Mathématique transalpin (Vol. 7)* (pp. 61-76). Bard: ARMT.

Dias, T. (2012). *Manipuler et expérimenter en mathématiques.* Paris : Magnard.

Dias, T. & Deruaz, M. (2012). Dyscalculie : et si les enseignants reprenaient la main ? *A.N.A.E., Dyscalculie et innumérisme : troubles du calcul ou enfants troublés par les maths ? N°120-121 - novembre-décembre 2012 – Vol. 24 – Tome V et VI,* 529-534.

Dolle, J.-M. (1997). *Pour comprendre Jean Piaget.* Paris: Dunod.

Duval, R. (2005). Transformations de représentations sémiotiques et démarches de pensée en mathématiques. *Conférence au XXXIIe colloque COPIRELEM.* pp.67-89.

Fayol, M., Thevenot, C. & Devidal, M. (2005). La résolution de problèmes. Dans M.-P. Noël (Éd.), *La dyscalculie, trouble du développement numérique chez l'enfant* (pp. 193-221). Marseille : Solal.

Fayol, M, (2012). *L'acquisition du nombre.* Paris: PUF.

Feraud, C., Battesti, Dejean, C., Mandine, M. & Pesez Richon, A. C. (2003). Du bilan neuropsychologique aux démarches pédagogiques: un exemple clinique de prise en charge en réseau libéral. Dans D. Lerch (Éd.), *Bilan neuropsychologique et démarches pédagogiques: Actes du 3e colloque (Lyon, 13-14 juin 2002)* (p. 165). Suresnes: Cnefei.

Fischer, J.-P. (2009, 25 septembre). La dyscalculie développementale: une notion – à tort ou à raison – délaissée par les enseignants de mathématiques. [Page Web]. Accès: http://revue.sesamath.net/spip.php?article237

Gauvrit, N. (2012). Didactique des mathématiques et psychologie. L'impossible débat ? *A.N.A.E., Dyscalculie et innumérisme : troubles du calcul ou enfants troublés par les maths ? N°120-121 - novembre-décembre 2012 – Vol. 24 – Tome V et VI,* 525-528.

Geary, D. C. (2005). Les troubles d'apprentissage en arithmétique : rôle de la mémoire de travail et des connaissances conceptuelles. Dans M.-P. Noël (Éd.), *La dyscalculie, trouble du développement numérique chez l'enfant* (pp. 169-191). Marseille : Solal.

George-Poracchia, F. (2011). Evaluation des dyscalculies. Dans M. Habib, M.-P. Noël, F. George-Poracchia & V. Brun (Éd.), *Calcul et dyscalculies. Des modèles à la rééducation* (pp. 70-78). Issy-les-Moulineaux: Elsevier Masson.

Gibert, J. (2008, avril). Dyscalculie: interroger les évidences. [Page Web]. Accès: http://probo.free.fr

Guéritte-Hess, B. (2009). *Au fait, c'est quoi pour vous la virgule en mathématiques ?* Noisiel: Papyrus.

Guitart, R. (1999). *La pulsation mathématique. Rigueur et ambiguïté, la nature de l'activité mathématique, ce dont il s'agit d'instruire.* Paris: L'Harmattan.

Habib, M. (2011). Neurologie des activités numériques et du calcul: un survol historique et anatomique. Dans M. Habib, M.-P. Noël, F. George-Poracchia & V. Brun (Éd.), *Calcul et dyscalculies. Des modèles à la rééducation* (pp. 1-16). Issy-les-Moulineaux: Elsevier Masson.

Houdé, O. (2008). *Les 100 mots de la psychologie.* Paris : PUF.

INSERM, expertise collective (2007). Dyscalculie et troubles de l'apprentissage de l'arithmétique. Dans *Dyslexie, Dysorthographie, Dyscalculie - Bilan des données scientifiques*. 291-342.

Lieury, A. & de La Haye, F. (2004). *Psychologie cognitive de l'éducation.* Paris: Dunod.

Lochy, A. & Censabella, S. (2005). Le système symbolique arabe: acquisition, évaluation, et pistes rééducatives. Dans M.-P. Noël (Éd.), *La dyscalculie, trouble du développement numérique de l'enfant* (pp. 77-104). Marseille : Solal.

Mazeau, M. (2008). *Conduite du bilan neuropsychologique chez l'enfant.* Issy-les-Moulineaux: Elsevier-Masson.

Meljac, C. (2010). Dyscalculie : un mythe passablement mité. Dans Berges-Bounes, M., *L'enfant et les apprentissages malmenés* (pp. 33-43). érès « psychanalyse et clinique »

Meljac, C., Bernardeau, C & Chaine, C. (2011). *Qui donc a inventé les mathématiques ?* Baume-les-Dames: Le Petit A.N.A.E.

Mérat, M.-C. (2010). Certains enfants sont-ils malades des maths ? *Science et Vie, mars 2010,* pp. 66-72.

Miéville, P. & Curchod, B. (2010). IRM et IRMf : principes, limites et applications. *Prismes / Revue pédagogique HEPL, 12*, 7-8.

Noël, M.-P. (2000). La dyscalculie développementale : Un état de la question. Dans M. Pesenti & X. Seron (Éd.), *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres* (pp. 59-83). Marseille : Solal.

Noël, M.-P. (2005). *La dyscalculie, trouble du développement numérique de l'enfant.* Marseille : Solal.

Noël, M.-P. (2011). La dyscalculie développementale: déficits cognitifs sous-jacents et bases neurofonctionnelles. Dans M. Habib, M.-P. Noël, F. George-Poracchia & V. Brun (Éd.), *Calcul et dyscalculies. Des modèles à la rééducation* (pp. 29-44). Issy-les-Moulineaux: Elsevier Masson.

Piaget, J. (1969). *Psychologie et pédagogie.* Paris: Denoël.

Piaget, J. (1993). *Le jugement et le raisonnement chez l'enfant (8e éd.)*. Lausanne – Paris: Delachaux et Niestlé.

Rey-Debove, J. (dir.) (1987). *Le Robert méthodique: dictionnaire méthodique du français actuel.* Paris: Le Robert.

Rosselli, M. & Matute, E. (2005). Neuropsychologie de la dyscalculie développementale : derniers résultats de recherche en Amérique du Nord. Dans A. Van Hout, C. Meljac & J.-P. Fischer (Éd.), *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (pp. 175-185). Paris : Masson.

Rubinsten, O. (2009). Peut-on caractériser davantage la distinction entre les dyscalculies développementales pure et avec comorbidité ? *A.N.A.E., La dyscalculie développementale, N°102 – Vol. 21 – Tome II.,* 158-164.

Siety, A. (2001). *Mathématiques, ma chère terreur.* Paris: Hachette Littératures.

Siety, A. (2012). *Qui a peur des mathématiques ?* Paris : Denoël

Tardif, É. (2010). Neurones, cerveau et neurosciences. *Prismes / Revue pédagogique HEPL, 12*, 5-6.

Thioux, M. (2000). Le transcodage des numéraux : revue critique des études de cas et implications sur la modélisation des traitements numériques. Dans M. Pesenti & X. Seron (Éd.), *Neuropsychologie des troubles du calcul et du traitement des nombres* (pp. 127-166). Marseille : Solal.

Van Hout, A. (2005). Dyscalculies développementales. Dans A. Van Hout, C. Meljac & J.-P. Fischer (Éd.), *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (pp. 143-174). Paris : Masson.

Vannetzel, L. (2012). Dyscalculiques ou laissés pour compte ? *A.N.A.E., Dyscalculie et innumérisme : troubles du calcul ou enfants troublés par les maths ? N°120-121 - novembre-décembre 2012 – Vol. 24 – Tome V et VI,* 497-502.

Vigier, M. (2012). L'innumérisme : de quoi parle-t-on ? Peut-on y remédier facilement ? *A.N.A.E., Dyscalculie et innumérisme : troubles du calcul ou enfants troublés par les maths ? N°120-121 - novembre-décembre 2012 – Vol. 24 – Tome V et VI,* 497-502.

Von Aster, M. G. (2009). Le problème de la comorbidité dans les troubles du calcul. *A.N.A.E., La dyscalculie développementale. N° 102 – Vol. 21 – Tome II.,* 152-157.

9 Annexes

9.1 Renfort Pédagogique Intégré (RPI)

Introduction

Dans le cadre de la pédagogie compensatoire et de la politique d'intégration, l'établissement de XXX met en place un ensemble de prestations destinées aux élèves confrontés à des difficultés scolaires (appui) et aux élèves ayant des besoins spécifiques (RPI).
Le Renfort Pédagogique Intégré (RPI), est une mesure ordinaire de l'enseignement spécialisé, telle que définie par la loi de l'enseignement spécialisé. « Les mesures ordinaires s'adressent à des enfants dont les objectifs du plan d'études sont maintenus ou seulement partiellement adaptés. » Il s'agit d'une prise en charge globale de l'élève pour l'acquisition d'outils mentaux lui permettant d'entrer dans les apprentissages.

Objectifs généraux

- Prévenir l'échec scolaire
- Offrir un enseignement adapté aux besoins de l'élève
- Tendre à la meilleure intégration scolaire et sociale possible
- Favoriser l'aide et l'encadrement directs en classe des élèves aux besoins spécifiques
- Associer, dans une réflexion commune, l'enseignant spécialisé (RPI) et les enseignants de classe régulière afin de trouver des solutions aux difficultés qui surgissent à l'école
- Atténuer la désignation de l'enfant « problème » et favoriser son intégration
- Conduire un processus d'intégration en donnant les outils mentaux nécessaires à l'acquisition du programme de base
- Soutenir et conseiller les enseignants en fonction de leurs besoins dans leurs pratiques pédagogiques
- Offrir aux enseignants un regard extérieur

./.

Mandat de l’enseignant spécialisé RPI

- Aider au maintien dans une classe régulière d’un enfant aux besoins spécifiques
- Évaluer la demande et les besoins spécifiques de l’élève
- Élaborer avec l’enseignant titulaire un projet pédagogique individuel
- Établir ensemble un programme différencié et en évaluer régulièrement la pertinence
- Adapter ou alléger le programme de l’enfant avec l’accord de la direction et des parents, si nécessaire
- Rencontrer régulièrement les parents avec l’enseignant titulaire pour les informer et les inclure dans le projet de leur enfant
- Travailler avec l’élève notamment sur son organisation générale, ses stratégies d’apprentissage, ses images mentales, sa confiance en lui et dans ses capacités, son projet scolaire et son autonomie
- Aider l’élève à reprendre confiance en lui et dans ses capacités en modifiant la relation qu’il a avec les matières scolaires
- Accompagner l’enseignant titulaire dans ses réflexions afin de trouver des réponses pédagogiques adéquates
- Participer à l’élaboration d’une demande de mesure renforcée de l’enseignement spécialisé le cas échéant
- Questionner l’institution quant à l’adaptation nécessaire pour l’intégration des élèves aux besoins spécifiques (évolution des regards, du système, ouverture sur les difficultés et les différences)

Modalités

- L’enseignant titulaire effectue une demande de soutien RPI à la direction sur le formulaire officiel, après en avoir informé les parents
- L’enseignant RPI concerné par la demande l’examine avec la direction et émet un préavis sur le suivi
- La direction mandate l’enseignant spécialisé RPI afin d’évaluer la situation pédagogique de l’élève concerné et la pertinence de son intervention

. / .

- Dans le cas d'une demande pertinente, l'enseignant spécialisé RPI poursuit son intervention auprès de l'élève après une rencontre avec l'enseignant titulaire et les parents
- Dans le cas contraire, l'enseignant spécialisé RPI peut être amené à soutenir l'enseignant titulaire dans l'élaboration d'un autre projet
- Remarques : Dans le cas d'un changement d'enseignant titulaire, il est important que ce dernier réactualise la demande pour que le soutien RPI garde tout son sens
- Un enseignant ne peut faire une demande pour un élève qui va changer d'enseignant

Prise en charge

- Le soutien RPI se fait à raison de 2 à 4 périodes par semaine en fonction des besoins spécifiques de l'élève et du projet pédagogique. De manière générale, le soutien débute à raison de 4 périodes hebdomadaires
- Le soutien RPI s'adresse à un élève en particulier; il est dispensé à l'intérieur ou à l'extérieur de la classe
- La pertinence du soutien RPI est évaluée régulièrement toutes les 12 semaines en collaboration avec l'enseignant titulaire
- La mesure RPI, mesure ordinaire de pédagogie spécialisée, ne dure pas plus de 2 ans. Exceptionnellement, elle peut être reconduite
- Afin d'être au plus proche des intérêts de l'élève et de son évolution, la mesure RPI peut s'arrêter, puis, pour des raisons pédagogiques, peut être reconduite ultérieurement

Cadre général

- L'enseignant spécialisé RPI participe aux concertations
- L'enseignant spécialisé RPI rédige un point de la situation qu'il transmet à la direction lors des concertations et aux doyens concernés
- L'enseignant spécialisé RPI bénéficie d'une supervision

9.2 Résultats des élèves de la classe de Manon en français

CYP 2/2 - Tests significatifs en français - août 2012 à mars 2013

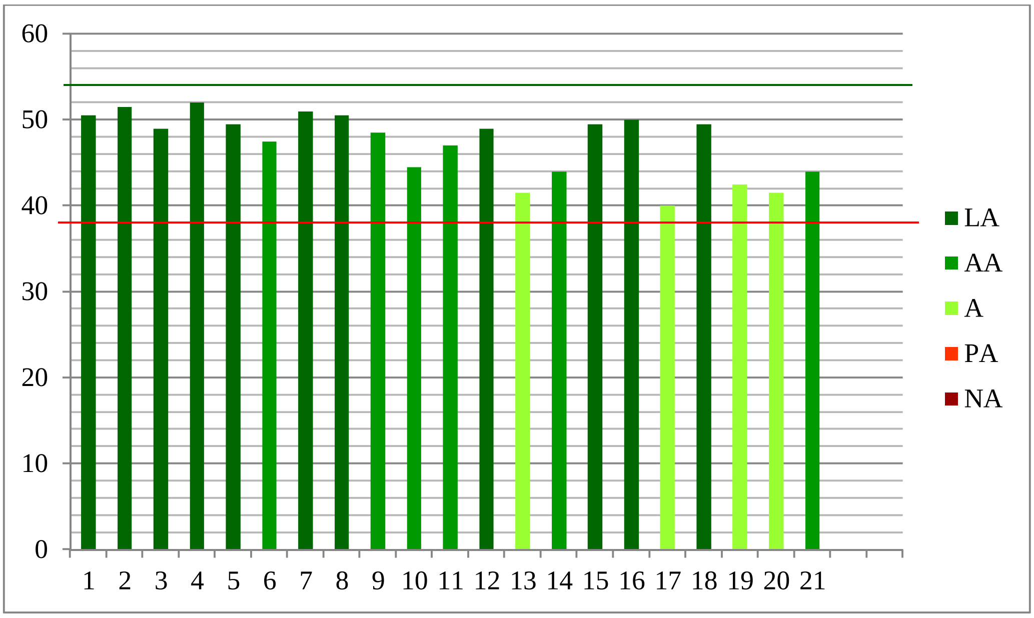
1. Evaluation de français – structuration / octobre 2012

Objectifs :

- Produire des écrits formés de phrases (majuscule, point, sujet, verbe et sens)
- Accorder les verbes au présent, à l'imparfait et au futur
- Accorder le déterminant, le nom et l'adjectif
- Identifier les groupes de la phrase et leur composition
- Reconnaître le déterminant, le nom, l'adjectif et le verbe
- Rechercher des mots dans les outils de référence

Résultats des élèves de la classe de Manon :

Appréciation globale Score total : 54 points Seuil de réussite : 38 points



*Légende : Manon est l'élève 21. Elle a **atteint** les objectifs de **français-structuration avec aisance**.*

. / .

2. Lecture suivie / novembre 2012

<u>Objectifs</u> : **Lire de manière autonome des textes variés et développer son efficacité en lecture**

- Comprendre un texte

Conduire et apprécier la lecture d'ouvrages littéraires

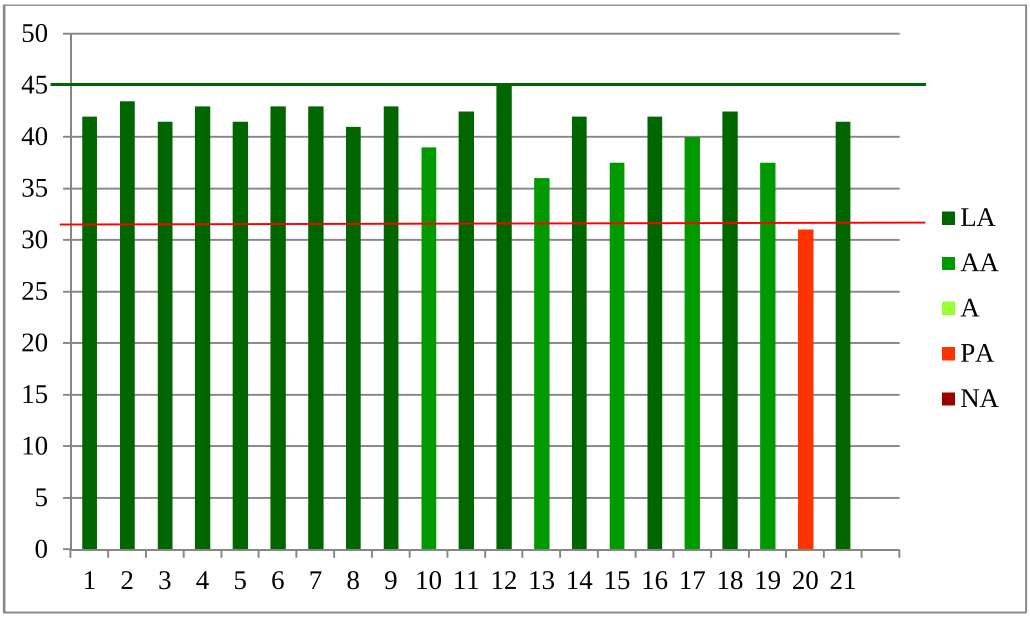
- Rétablir la chronologie des événements d'une histoire
- Établir des liens entre différentes parties du texte, de l'histoire, des chapitres

Construire une représentation de la langue pour comprendre des textes

- Classer les mots dans l'ordre alphabétique
- Utiliser le dictionnaire pour comprendre un mot (définition, exemple)
- Trouver la catégorie grammaticale d'un mot (n. m. / n. f. / adj. / v. / adv.)
- Trouver un synonyme, un mot de la même famille

Résultats des élèves de la classe de Manon :

Appréciation globale Score total : 45 points Seuil de réussite : 31.5 points



*<u>Légende</u> : Manon est l'élève 21. Elle a **largement atteint** les objectifs en **lecture suivie**.*

. / .

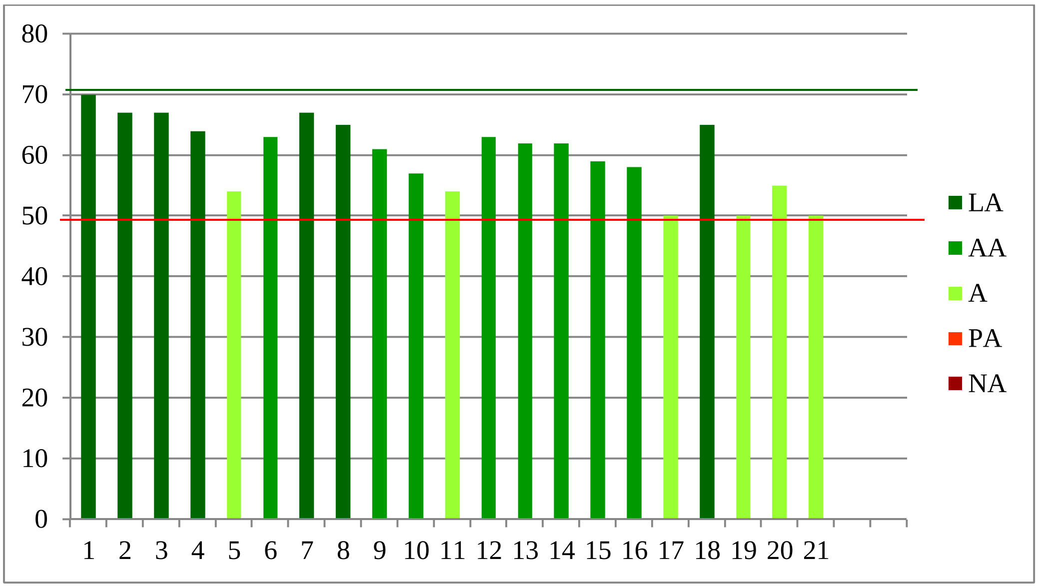
3. Evaluation de français – structuration / décembre 2012

Objectifs :

- Produire des écrits formés de phrases
- Utiliser la majuscule et le point
- Reprendre, corriger et améliorer sa production
- Rechercher un mot et le corriger avec des moyens de référence
- Accorder le déterminant et le nom
- Accorder le sujet et le verbe
- Accorder l'adjectif avec le nom
- Reconnaître le nom, le déterminant, l'adjectif et le verbe
- Identifier les groupes de la phrase et leur composition (groupe nominal sujet, groupe verbal et complément de phrase)

Résultats des élèves de la classe de Manon :

Appréciation globale Score total : 71 points Seuil de réussite : 49.5 points



Légende : Manon est l'élève 21. Elle a ***atteint*** *les objectifs de* ***français-structuration****.*

. / .

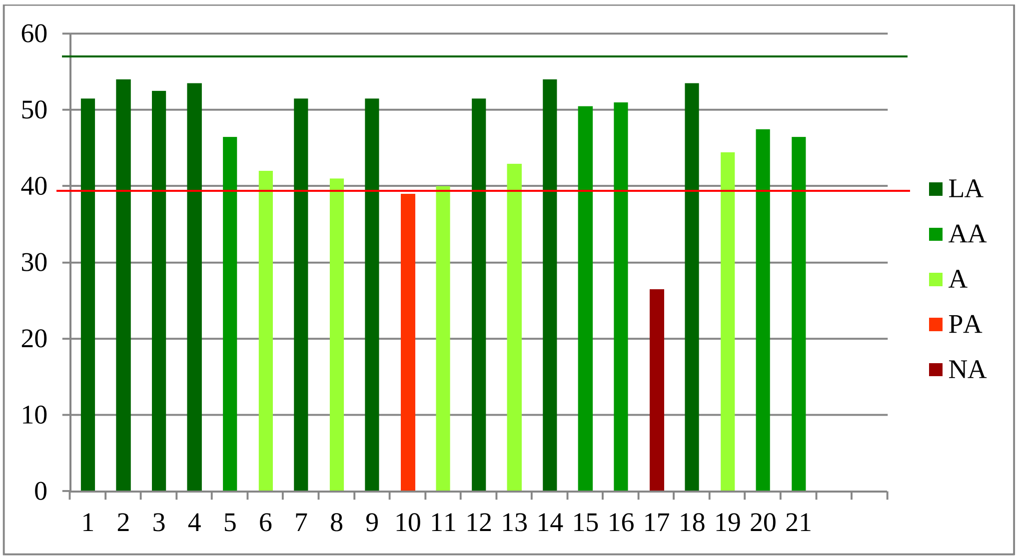
4. Evaluation de français – structuration / février 2013

Objectifs :

- Produire des écrits formés de phrases
- Utiliser la majuscule et le point
- Reprendre, corriger et améliorer sa production
- Rechercher un mot et le corriger avec des moyens de référence
- Accorder le déterminant et le nom
- Accorder le sujet et le verbe
- Accorder l'adjectif avec le nom
- Reconnaître le nom, le déterminant, l'adjectif et le verbe
- Utiliser le groupe nominal et le groupe prépositionnel

Résultats des élèves de la classe de Manon :

Appréciation globale Score total : 57 points Seuil de réussite : 39.5 points



*Légende : Manon est l'élève 21. Elle a **atteint avec aisance** les objectifs de **français-structuration.***

. / .

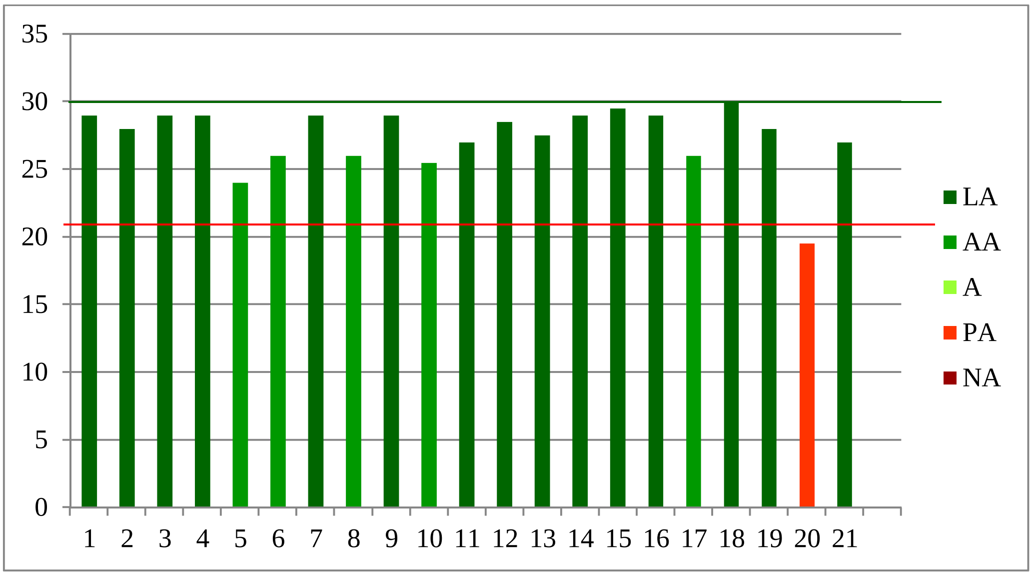
5. Compréhension de l'écrit / mars 2013

Objectifs : **Lire des textes variés et développer son efficacité en lecture : le texte qui raconte**

- Prélever des informations précises
- Mettre en relation des informations extraites d'un texte
- Rechercher dans le texte des indices pour répondre
- Identifier les acteurs du dialogue
- Saisir le sens d'un texte
- Replacer les événements dans l'ordre chronologique

Résultats des élèves de la classe de Manon :

Appréciation globale Score total : 30 points Seuil de réussite : 21 points



Légende : Manon est l'élève 21. Elle a ***largement atteint*** *les objectifs en* ***compréhension de l'écrit****.*

9.3 Support pour élaborer le bilan de connaissances et de compétences

---

Bilan de connaissances et de compétences	Nom : Né(e) le Classe : CYP22 (4^{e} primaire) (6^{e} Harmos)

1. Sens des opérations :

8 + 2	Montrer avec des pions.
8 – 2	Connais-tu la réponse ? L'écrire.
8 × 2	Est-ce qu'on voit la réponse avec les pions ?
	Que veut dire + ? − ? × ?
8, 2, …	Tu as compté des quoi ?

2. Numération : 1246 1 quoi ? 2 quoi ? 4 quoi ? 6 quoi ?

Le 2 représente combien de pions ?
le 1 ?
le 6 ?
le 4 ?

Peux-tu prendre 1246 pions dans la boîte ?

3. Numération et opérations:

127 L'élève dit la réponse à haute voix puis l'écrit sur une feuille annexe.

+ 1	+ 10	+ 100	+ 1000
− 1	− 10	− 100	− 1000

Attention : Avertir l'élève qu'il peut répondre « C'est trop difficile ! » ./ .

3127	Ajoute 3 unités	a. 8 diz.	a. 9 cent.	a. 4 mill.
	Enlève 7 unités	e. 2 diz.	e. 1 cent.	e. 3 mill.

+ 6	a. 9 diz.	+ 300	a. 7 mill.
e. 9 u.	− 40	e. 2 cent.	− 5000

4. Compréhension de la numération:

Montre-moi 12 pailles, bien arrangées Où est le 1 ? le 2 ? C'est des quoi ?

5. Problèmes :

→ Fiche 1: Écrire le calcul et la réponse. (Voir fiche 1 en fin de support)

Addition:

Soustraction:

Multiplication:

Division:

→ Fiche 2: Écrire le calcul. (Voir fiche 2 en fin de support)

Addition, trouver l'état final:

Soustraction, trouver l'état final:

Addition, trouver la transformation:

Soustraction, trouver la transformation:

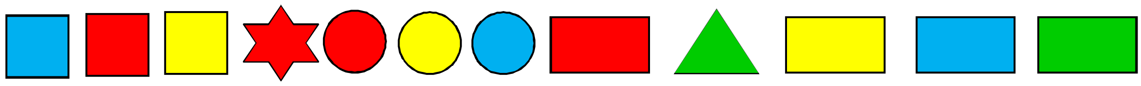
Addition, trouver l'état initial:

Soustraction, trouver l'état initial:

→ Trouver l'énigme:

./.

6. Classifications : Présenter le matériel suivant :



L’élève décrit ce qu’il voit ; la maîtresse note les éléments reconnus.

1ère demande : - Mets ensemble ce qui va bien ensemble.

2ème demande : - Mets ensemble ce qui va bien ensemble, mais autrement, avec une autre idée.

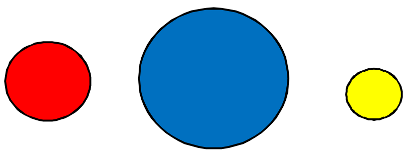
Questions : - Est-ce que j’ai fabriqué tout ce qui était possible avec les couleurs et les formes que tu vois ?

- Dis-moi tout ce qui manque ?

- Combien de choses différentes je pouvais fabriquer ? - Quel calcul peut-on faire ?

7. Sériations :

<u>Matériel</u>:



L’élève décrit ce qu’il voit ; la maîtresse note les éléments reconnus.

<u>Les demandes</u>:

- Dessine un rond plus grand que le rond bleu.
- Dessine un rond plus petit que le rond jaune.
- Dessine un rond plus grand que le rond rouge et plus petit que le rond bleu.
- Dessine un rond plus petit que le rond rouge et plus grand que le rond bleu.

Puis négations :

- Dessine un rond qui n’est pas plus grand que le rond bleu.
- Dessine un rond qui n’est pas plus petit que le rond jaune.

Etc.

. / .

8. Inclusion : Matériel: Un bouquet de fleurs de cinq marguerites et trois roses.

Poser les questions suivantes :

- Est-ce que toutes les roses sont des fleurs ?
- Est-ce que toutes les marguerites sont des fleurs ?
- Dans mon bouquet, est-ce qu'il y a plus de marguerites ou plus de fleurs ?

Si les réponses sont correctes, demander de dessiner un bouquet où il y aura plus de marguerites que de fleurs !

Puis demander de dessiner une situation analogue, où on ne parlera pas de fleurs.

9. Combinatoire:

Matériel: Une collection de legos identiques mais de 4 couleurs différentes.

Les demandes:

- Fabrique toutes les tours possibles de quatre couleurs, qui sont toutes différentes.

- Montre toutes les façons possibles de prendre un lego, deux legos, trois legos et quatre legos.

. / .

Fiche 1 Prénom : ____________________

Problèmes : a) écrire le calcul et la réponse

Caroline a reçu une boîte de 12 crayons de couleur. Elle a cassé 3 crayons.

Combien a-t-elle de crayons maintenant ?

Calcul :

Réponse : ____

Caroline a reçu une boîte de 12 crayons de couleur. Elle avait déjà 3 crayons.

Combien a-t-elle de crayons maintenant ?

Calcul :

Réponse : ____

Caroline a reçu 3 boîtes de 12 crayons de couleur.

Combien a-t-elle de crayons ?

Calcul :

Réponse : ____

Caroline a reçu une boîte de 12 crayons de couleur. Elle les a partagés avec sa copine. Combien de crayons a-t-elle maintenant ?

Calcul :

Réponse : ____

. / .

Fiche 2 Prénom : ____________________

Problèmes Écrire le calcul et dire la réponse à haute voix

À la récréation

1. Jean a 6 billes. À la récréation, il gagne 3 billes.
   Combien a-t-il de billes maintenant ?
   Écris ton calcul : ______________________________

2. Marc a 13 billes. Il en perd 3 à la récréation.
   Combien en a-t-il maintenant ?
   Écris ton calcul : ______________________________

3. Cécile avait 5 billes avant de jouer. Maintenant, elle en a 11.
   A-t-elle gagné ou perdu des billes ? Combien ?
   Écris ton calcul : ______________________________

4. Marie avait 7 billes. Elle en a 3 après la récréation.
   A-t-elle gagné ou perdu des billes ? Combien ?
   Écris ton calcul : ______________________________

5. René a perdu 6 billes. Il en a maintenant 15.
   Combien en avait-il avant la récréation ?
   Écris ton calcul : ______________________________

6. Joséphine a gagné 4 billes. Maintenant, elle en a 9.
   Combien en avait-elle avant la récréation ?
   Écris ton calcul : ______________________________

Les enfants ont joué aux billes par groupes de deux : qui a joué contre qui ?

___________________________ a joué contre ___________________________

___________________________ a joué contre ___________________________

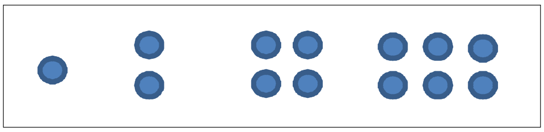
___________________________ a joué contre ___________________________

9.4 Synthèse du bilan de connaissances et de compétences

BILAN DE CONNAISSANCES ET DE COMPETENCES

Manon - née le xx juin 2001

NUMÉRATION : Manon a de la peine à comprendre la numération de position. Elle ne nomme pas d’elle-même les unités, dizaines, centaines ou milliers ; elle nomme chaque chiffre composant un nombre comme étant « un nombre ». Dans 1246, « 1 » représente « une seule chose », « 2 » représente « deux choses », « 4 » représente « quatre choses » et « 6 » représente « 6 choses ». Lorsqu’on lui demande de prendre « 1246 pions » dans une boîte, elle prend ceci :



Suite des nombres : Manon ne trouve pas le nombre précédent ou le nombre suivant d’un nombre donné oralement. Elle a besoin de poser l’opération par écrit, en colonne. Par exemple, elle a posé l’opération pour trouver le nombre précédant 1999, et aussi pour trouver le nombre suivant 5201.

Ecriture des nombres : Manon a de la peine à écrire des nombres jusqu’aux milliers, particulièrement lorsqu’ils contiennent des zéros. Elle omet ou ajoute souvent des zéros.

De plus, elle n’arrive pas à écrire un nombre sur la machine à calculer, même lorsque le nombre ne comprend pas de zéro.

Et enfin, elle n’arrive pas à écrire un nombre en chiffres lorsque celui-ci est écrit en lettres, et lu par elle-même.

Comparaison de nombres : Manon a de la peine à comparer des nombres. Pour elle, « 5485 » est plus grand que « 6743 » car dans le premier nombre, il y a le plus grand chiffre : « C’est 8 qui est le plus grand, donc 5485 est le plus grand nombre » !

Elle n’a pas d'accès intuitif à la notion de grandeur d’un nombre.

./.

OPÉRATIONS : Manon comprend partiellement le sens des opérations. Bien qu'elle arrive à calculer de manière correcte, en utilisant principalement ses doigts ou de petits dessins discrets, elle pense que « + » et « × » veulent tous les deux dire : « Il faut en rajouter ! », et que pour « - », « Il faut en enlever ! ».

Représentation personnelle : Manon a besoin de 20 pions pour expliquer comment on fait « 8 + 2 », de 16 pions pour « 8 - 2 » et de 26 pions pour « 8 × 2 ». Elle donne de bonnes réponses à chaque calcul, mais elle a besoin de ses doigts pour les connaître. Très peu de réponses sont enregistrées en mémoire à long terme.

Réversibilité de l'addition / soustraction : Manon sait écrire tous les calculs possibles lorsqu'on lui propose six étiquettes sur lesquelles on a écrit respectivement : 2, 3, 5, +, -, =. Par contre, elle ne maîtrise pas encore cette aptitude lorsqu'elle est en présence de plus grands nombres.

Calcul oral : Lorsqu'on lui demande de faire des calculs de tête, « + 1 / - 1 / + 10 / - 10 » Manon donne de bonnes réponses. Mais lorsqu'on lui demande de faire « + 100 / - 100 / + 1000 / - 1000 » à partir de 127, elle répond que « Ce n'est pas possible ! ».

Opérations écrites en colonne : Manon sait bien poser ses additions et ses soustractions en colonne et les résoudre, qu'il y ait des retenues ou des échanges à faire. Par contre, elle ne reconnaît pas l'impossibilité lorsqu'elle soustrait un nombre plus grand que celui de départ.

Faits numériques : Manon a beaucoup de peine à se souvenir de ses tables d'additions, de soustractions et de multiplications. Elle s'aide de ses doigts et de petits dessins pour trouver les réponses ; mais il y a une difficulté récurrente, mais pas toujours présente. Manon lève un doigt lorsqu'elle énonce le « nombre de départ » pour surcompter ou soustraire ; son résultat est faux à « un » près ! Et lorsqu'elle fait ses petits dessins pour la multiplication, elle note « le livret utilisé » (p. ex. |||| pour le livret 4), puis elle ajoute le nombre de fois demandé : son résultat est évidemment trop élevé « d'une fois » !

PROBLÈMES : Manon arrive à reconnaître les problèmes additifs et soustractifs, ainsi que la multiplication lorsqu'il faut calculer l'état final. Mais elle a de la peine à s'y retrouver lorsqu'il faut deviner la transformation ou l'état initial. Elle a besoin d'aide et de manipulations afin de comprendre quel est le calcul idoine dans ces derniers cas.

. / .

CLASSIFICATIONS : Manon sait bien décrire des éléments de formes et de couleurs différentes. Elle maîtrise le changement de critère. Par contre, elle ne trouve pas « tous les éléments possibles » qu'on peut inventer à partir d'une donnée à deux critères.

INCLUSION : L'inclusion est à découvrir.
Lorsqu'on lui présente un bouquet de fleurs, Manon sait bien montrer toutes les fleurs, puis toutes les roses, puis toutes les marguerites. Mais lorsqu'on lui demande s'il y a plus de marguerites ou plus de fleurs dans le bouquet qui est composé de trois roses et cinq marguerites, Manon oppose les marguerites aux roses : pour elle, il y a plus de marguerites que de fleurs.

SÉRIATIONS : Les sériations sont bien comprises. Manon sait dessiner des éléments qui sont plus grands ou plus petits qu'un élément donné, qu'on utilise des phrases affirmatives ou négatives. Elle sait nommer l'impossibilité lorsqu'elle la rencontre et expliquer « pourquoi » c'est impossible !
Par contre, elle n'arrive plus à comprendre lorsqu'on nomme deux éléments : par exemple, « dessine un rond plus grand que le rond rouge et plus petit que le rond bleu. »

Sériations - abstraction et superposition : Manon a trois ronds de carton devant elle, un rouge, un bleu et un jaune, de grandeur nettement différente (on ne les manipule pas). Je lui demande : « Si je mets le rond rouge en premier, puis le rond bleu par-dessus et enfin le rond jaune par-dessus, dessine ce qu'on verra. » Je propose les six possibilités.
Manon n'arrive pas à se représenter ce qui sera visible de ce qui ne le sera pas.

COMBINATOIRE : Manon sait trouver toutes les combinaisons possibles en permutant quatre éléments. Elle sait aussi trouver tous les arrangements possibles de un, deux, trois ou quatre éléments, lorsqu'il y a quatre éléments en jeu. Elle fait preuve d'une bonne organisation.

DIFFICULTES PARTICULIERES

Présentation des travaux : Manon se perd lorsqu'elle doit remplir une grille de nombres. Elle ne comprend plus comment elle doit réfléchir lorsqu'il y a des flèches qui se croisent dans un petit schéma.

EN CLASSE

Participation : Manon a une bonne attitude participative en classe. Elle écoute bien les consignes collectives, se montre concentrée sur ce que dit la maîtresse. Elle lève souvent la main pour répondre aux questions posées.

Travaux et exercices écrits en classe : Manon utilise très souvent son effaceur… puis une étiquette blanche pour recouvrir ce qui a été corrigé à l'effaceur lorsqu'elle fait ses travaux. Elle a besoin de corriger beaucoup de mots beaucoup de fois pour écrire juste.

Ce qui a pour conséquence qu'elle est lente par rapport à ses camarades lorsqu'elle fait un travail écrit.

Lecture : Manon lit bien, sait répondre aux questions, lève souvent la main, participe activement au travail collectif. Elle comprend bien le contexte du récit abordé.

Contrôles en classe : Manon a besoin de beaucoup de temps pour terminer un contrôle en classe, que ce soit du français ou des mathématiques.

Remarque générale : Manon comprend mieux les choses lorsqu'on lui parle que lorsqu'elle doit lire.

ATTITUDE

Manon est une élève toujours souriante.

Elle s'applique bien dans ses travaux scolaires, est toujours très concentrée.

Elle s'investit beaucoup pour réussir ses travaux le mieux possible.

Pendant les moments de duo « maître – élève », elle s'implique bien dans les réflexions proposées.

9.5 Résultats de la classe de Manon en mathématiques

CYP2/2 - Tests significatifs en mathématiques - août 2012 à avril 2013

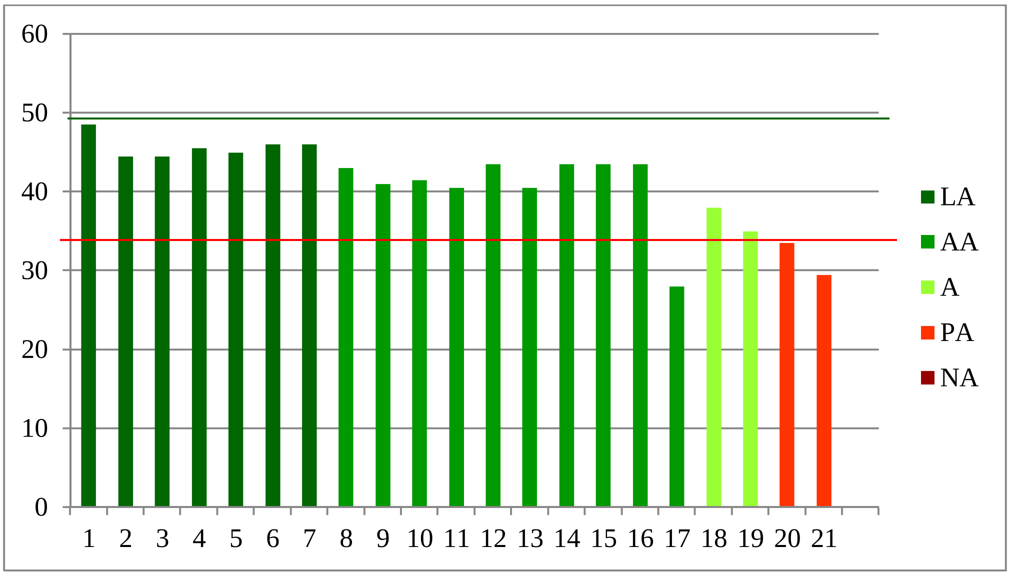
1. Évaluation de mathématiques / novembre 2012

Objectifs :

- Passer de l'énonciation orale ou écrite du nombre à son écriture chiffrée et inversement
- Ordonner des nombres rationnels
- Utiliser des propriétés des nombres entiers
- Poser et résoudre des additions et des soustractions en colonnes
- Calculer de manière efficace (+1/-1 ; +10/-10 ; +100/-100)
- Résoudre des problèmes additifs et soustractifs
- Estimer des mesures de grandeur
- Utiliser des mesures pour comparer des grandeurs

Résultats des élèves de la classe de Manon :

Appréciation globale Score total : 49 points Seuil de réussite : 34 points



*Légende : Manon (élève 21) a obtenu un **partiellement atteint**.*
(l'élève 17 n'a pas fait la totalité du test)

. / .

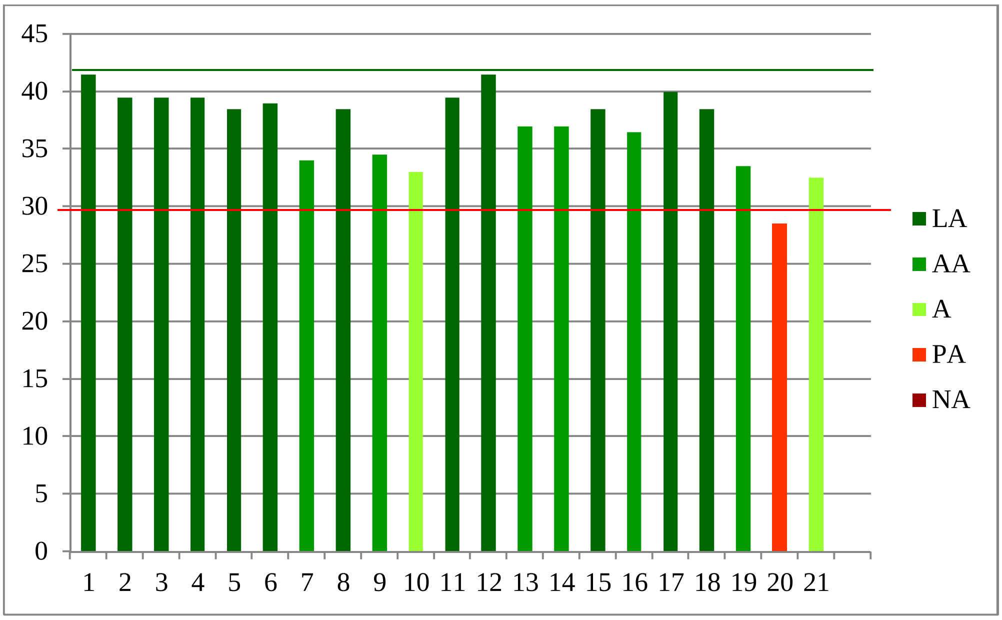
2. Évaluation de mathématiques / janvier 2013

Objectifs :

- Poser et résoudre des additions et des soustractions en colonnes
- Calculer de manière efficace (compléments à 1000)
- Résoudre des problèmes additifs, soustractifs, multiplicatifs…
- Connaître les propriétés du carré, du losange et du rectangle
- Tracer un axe de symétrie
- Reproduire une forme par le biais d’une symétrie axiale

Résultats des élèves de la classe de Manon :

Appréciation globale Score total : 42 points Seuil de réussite : 29,5 points



Légende : *Manon (élève 21) a* ***atteint*** *les objectifs visés.*

. / .

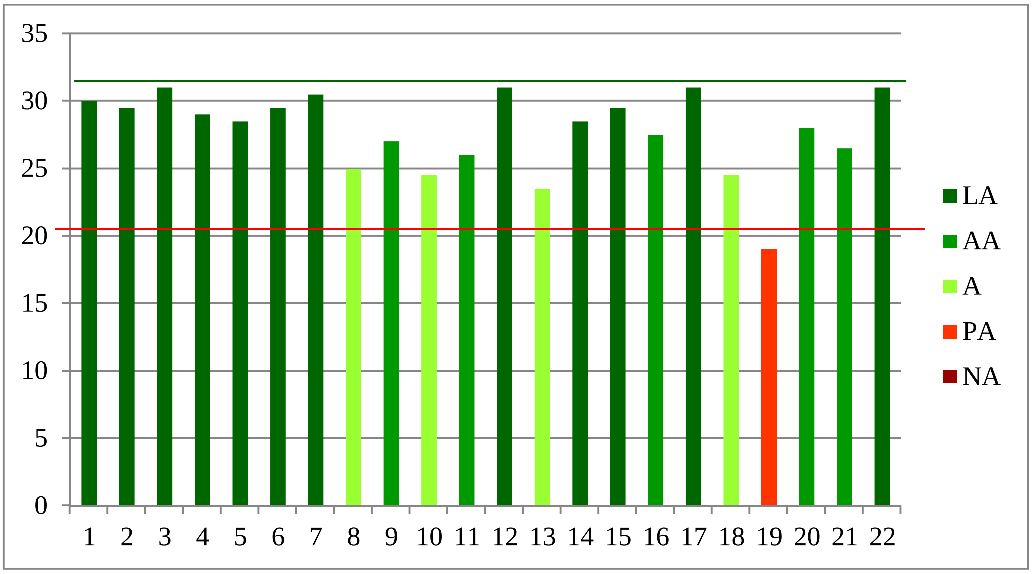
3. Évaluation de mathématiques / mars 2013

Objectifs :

- Poser et résoudre des additions, soustractions et multiplications en colonnes
- Résoudre des problèmes additifs, soustractifs et multiplicatifs
- Calculer de manière efficace (double de nombres entiers)
- Calculer de manière rapide et efficace

Résultats des élèves de la classe de Manon :

Appréciation globale Score total : 32 points Seuil de réussite : 21,5 points



Légende : *Manon (élève 21) a **atteint** les objectifs **avec aisance**.*

. / .

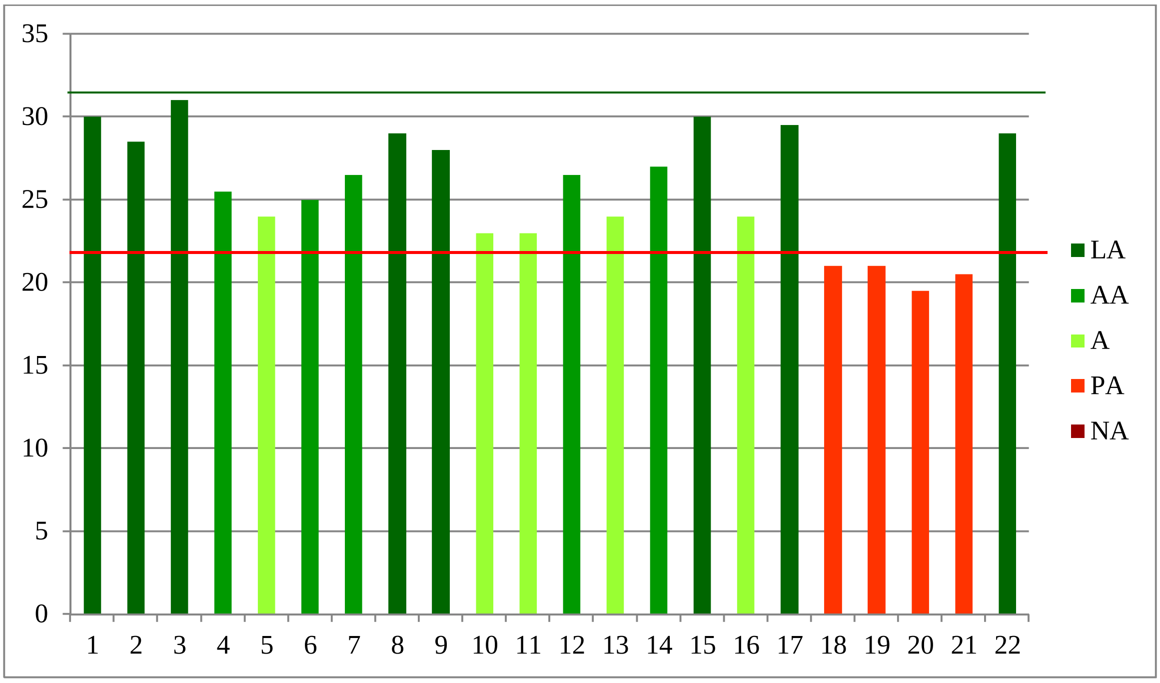
4. Évaluation de mathématiques / avril 2013

Objectifs :

- Poser et résoudre des multiplications en colonnes
- Résoudre des problèmes additifs, soustractifs et multiplicatifs
- Calculer de manière efficace (double, triple et quadruple des nombres entiers)
- Utiliser la mesure pour comparer des grandeurs: en calculant différentes grandeurs (aires)
- Ordonner et organiser des nombres sur une bande numérique

Résultats des élèves de la classe de Manon :

Appréciation globale Score total : 31.5 points Seuil de réussite : 22 points



Légende : *Manon (élève 21) n'a* ***pas atteint*** *les objectifs.*

Le sujet d'étude de ce mémoire est la dyscalculie, un terme que l'on rencontre de plus en plus fréquemment dans le monde scolaire. Même s'il est aujourd'hui certain que la dyscalculie est corrélée à des problèmes à la fois divers et très spécifiques, c'est un trouble qui pose toujours de nombreuses questions dans l'enseignement. La recherche s'appuie sur l'étude de cas d'une élève diagnostiquée dyscalculique confiée à l'accompagnement d'une enseignante spécialisée.

La première partie offre une réflexion sur l'élève qui se trouve en échec dans le champ numérique comparé à celui qui est diagnostiqué dyscalculique. Puis elle fait l'historique des recherches concernant ce trouble et présente une étude de la littérature idoine ainsi qu'un bref résumé des connaissances actuelles à ce sujet.

La deuxième partie propose une "boîte à outils" à destination des enseignants spécialisés. On y détaille les thèmes qui sont à questionner dans le domaine des mathématiques. La compréhension du sens des opérations, l'acquisition de la numération de position, la technique des opérations et la résolution de problèmes représentent la déclinaison des sujets traités dans ce travail. Ils sont mis en relation avec les connaissances logico-mathématiques et infralogiques qui les sous-tendent. Pour chacun d'eux, trois démarches successives sont élaborées: une épreuve de passation de bilan intitulée entretien à questions fermées; puis le bilan de compétences et de connaissances de l'élève; enfin, l'entretien actif, qui décrit la démarche entreprise avec l'élève pour l'aider à dépasser ses difficultés spécifiques et mettre en place des stratégies de réussite dans le domaine des mathématiques.

L'étude se termine par un regard croisé entre l'approche de l'enseignante et les travaux des spécialistes de la question. Au travers de la description des troubles spécifiques d'un élève, il est possible d'élargir le champ d'action à tous les enfants qui éprouvent des difficultés à comprendre les mathématiques.

Dyscalculie – historique – enseignement spécialisé – mathématiques - bilans – remédiation.