

## Sechsteiliges, nachgiebiges Verbundelement

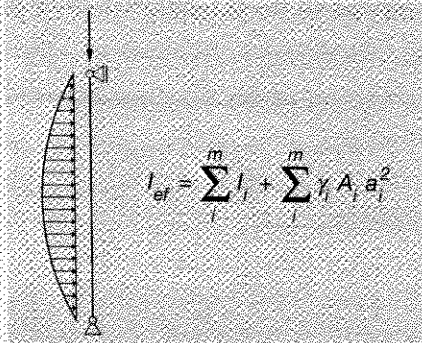
# Tragverhalten

**Yves Weinand**  
**Johannes Natterer**  
 Lehrstuhl für Holzkonstruktion  
 IBOIS  
 EPF Lausanne

Zu Beginn der 1990er-Jahre wurden am Labor für Holzkonstruktion IBOIS der Eidgenössischen Technischen Hochschule Lausanne mit dem Bau des «Polydôme» die Holzrippenschalen entwickelt. Diese Konstruktionen entstehen aus geflochtenen Brettern, meist zwischen sechs bis acht Schichten, die miteinander verschraubt oder vernagelt sind. Die Schale wird anschliessend mit einer tragenden und aussteifenden Verschalung vervollständigt. Die grosse Problematik für die Bemessung derartiger Konstruktionen fängt mit der Modellierung der Rippen an. Bisher wurden sie nach dem bekannten g-Verfahren modelliert, obwohl die Grenzen dieser Theorie bekannt sind. Der vorliegende Beitrag zeigt die unterschiedlichen Theorien, welche den Ingenieuren zur Darstellung der Rippenelemente zur Verfügung stehen, und vergleicht diese unter Berücksichtigung der Spannungen und der kritischen Last.

Zur Modellierung des mehrschichtigen, nachgiebigen Trägers stehen verschiedene Theorien zur Verfügung. Die älteste und bewährteste ist das *g-Verfahren*, welches 1955 von *Karl Möhler* für einen drei- bis vierteiligen Träger entwickelt wurde. Die Grundüberlegung ist die Lösung der Differentialgleichung eines Pfostens auf Druck. In verformtem Zu-

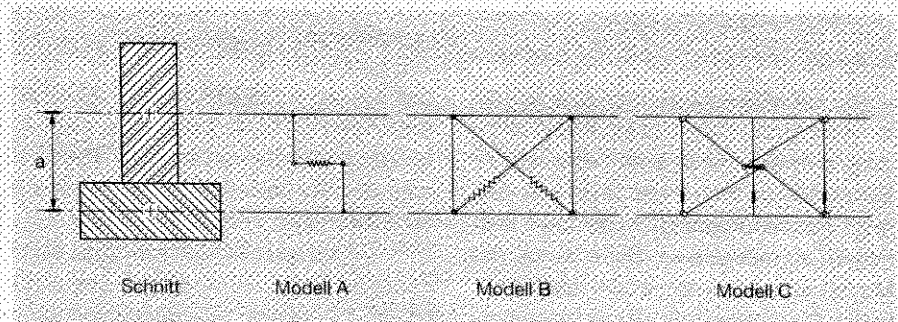
stand hat diese eine sinusförmige Querbelaugung. *Schelling* erweiterte die Differentialgleichung 1965 um eine beliebige Anzahl von Querschnitten. Die Lösung ist matriziell dargestellt. Aus dieser Matrixgleichung werden die *g*-Werte gelöst. Aus der Formel gemäss Abbildung «Theorie des *g*-Verfahrens» wird die effektive Steifigkeit ermittelt, die dann von der Länge des Elementes abhängig ist.



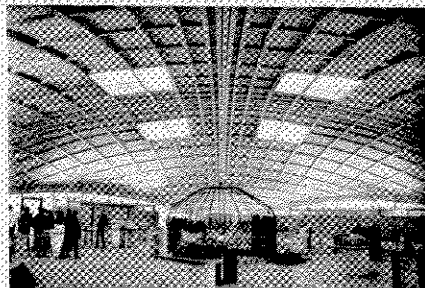
Theorie des *g*-Verfahrens.

### Fachwerkmodelle

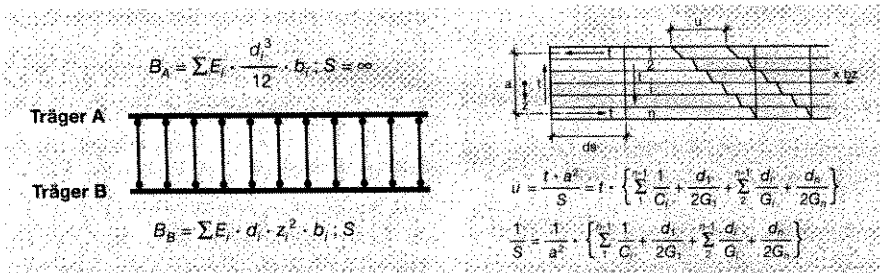
Die Fachwerkmodelle stellen mehrschichtige Querschnitte realistisch dar. Dieses Verfahren ist aufgrund der komplexen Modellierung jedoch nur für zwei-dimensionale Modelle möglich. Die Methode besteht darin, jeden Querschnitt einzeln mit einem Ersatzstab zu modellieren, wobei die Steifigkeit der Verbindungen gemäss der Abbildung «Fachwerkmodelle» hergestellt wird (Kneidl 1995).



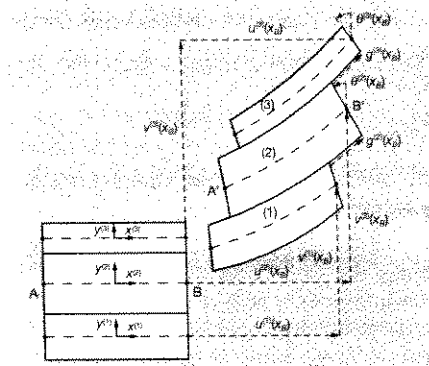
Fachwerkmodelle.



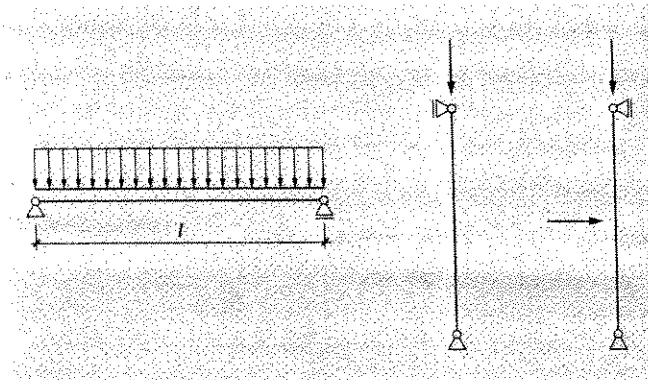
Polydôme 1992 und Detail des Knotenpunktes.



Zum Analogie-Verfahren.



Freiheitsgrad des finiten Elementes.



Vergleich der Systeme.

Variante A ist ein implizites Modell, in welchem jede Verbindung eine Auskrägung aufweist, mit je einer Feder an ihrer Extremität. Jedoch muss das Finite-Element-Rechenprogramm in der Lage sein, Federn zu modellieren. Dafür wurde das Modell B entwickelt, wobei statt einer Feder Diagonalen mit der entsprechenden Steifigkeit  $E \cdot A$  eingesetzt sind. Der Nachteil dieser zwei Modelle ist ein zackenförmiges Biegemoment an den Elementen, welches durch die Auskrägungen verursacht wird. Hartmann veröffentlicht in seiner Dissertation das Modell C (Hartmann 1999). Ein A-Bock ersetzt die unendliche steife Auskrägung, an dessen Extremität eine Feder oder ein Stab mit der entsprechenden Steifigkeit  $E \cdot A$  angebracht ist.

Des Weiteren publizierte Kreuzinger 1999 das *Analogie-Verfahren*, das die Steifigkeit des Eigenanteils (Träger A) und

des Steineranteils (Träger B) in zwei Elementen trennt. Die Nachgiebigkeit des Verbundquerschnitts wird durch die Reduzierung der Schubsteifigkeit des Trägers B berücksichtigt.

2005 schloss Piotr Krawczyk seine Promotion mit der Programmierung eines finiten Elementes auf dem Programm FELINA ab. Dieses Element hat  $2n+1$  Freiheitsgrade gemäss Abbildung «Freiheitsgrade des finiten Elementes», wobei  $n$  der Anzahl der Schichten entspricht. Diese Freiheitsgrade bestehen aus der Verschiebung zwischen den Schichten, der Rotation jeder Schicht und der Verschiebung des Knoten.

## Vergleich

Der Vergleich bezieht sich auf eine rein theoretische Basis mit identischen Angaben. Es wurde ein sechsschichtiger Träger aus 27/120 mm Brettern der Klasse C24 modelliert. Die Verbindung zwischen den Schichten ergibt sich durch Schrauben  $d = 5,0$  mm, die mit einem Abstand von 150 mm angebracht sind. Dieses Element hat eine Länge von 4,0 m. Es wurde zuerst der Träger auf zwei Stützen mit einer Gleichlast getestet, anschliessend eine Stütze auf Druck und zum Schluss die Stütze auf Druck mit einer Einzellast als Querbelastung (Abbildung «Vergleich der Systeme»). Diese drei verschiedenen statischen Systeme wurden mit den sechs vorher beschriebenen Methoden verglichen.

Maximale Schraubenbelastung (N)					
g-Verfahren	Analogie	Fachwerkträger			Krawczyk
		Typ A	Typ B	Typ C	
1309	1290	1020	1079	1090	1077
			Max. 1309	Min. 1020	Diff. 28.3%

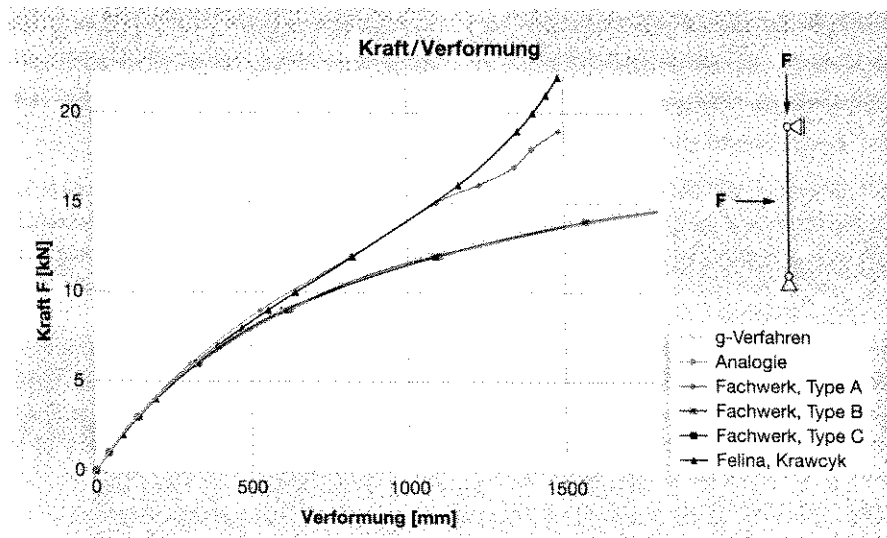
Maximale Schraubenbelastung.

### Biegeträger auf zwei Stützen

Der Vergleich der Verformung zeigt eine angemessene Übereinstimmung zwischen den Systemen mit einer Abweichung von 6,3%. Dies ergibt sich auch beim Vergleich der Biegespannung in der Mitte mit einer Abweichung von 8%, welche akzeptabel ist. Jedoch ist zu bemerken, dass die Belastung der Verbindungsmittel eine starke Abweichung von 28% aufweist. Das g-Verfahren und die Schubanalogie haben eine maximale Belastung der Schrauben im Auflagerbereich von 1,3 kN, wobei die Modelle der Fachwerkträger und das finite Element von Krawczyk jedoch nur eine Belastung von 1,1 kN aufweisen (Abbildung «Maximale Schraubenbelastung»).

### Stütze auf Druck

Die Stütze auf Druck zeigt eine gute Übereinstimmung, da eine Abweichung von nur 7,8% der kritischen Last festgestellt wurde. Jedoch mit einer Einzellast als Querbelastung zeigen diese Modelle die grösste Abweichung. Die Abbildung «Kraft-/Verformungs-Diagramm» zeigt, wo eine Abweichung von bis 35% bei der Verformung sowie bei der kritischen Last festgestellt wird.



Kraft-/Verformungs-Diagramm.

### Fazit

Interessant ist, dass sich gegenüber der üblichen Methode des g-Verfahrens zur Bemessung des mehrschichtigen Verbundträgers Abweichungen von bis zu 30% auf der positiven Seite ergeben. Demzufolge könnte bei der Bemessung eines Biegeträgers auf zwei Stützen 30% der Verbindungsmittel im Auflagerbereich eingespart werden. Des Weiteren könnte eine Stütze auf Druck mit einer Querbelastung eine gewisse Mehrbelastung akzeptieren. Die Auswirkungen auf die Holzrippenschalen sind indessen noch unklar, jedoch bestehen gute Aussichten für die neuen finiten Elemente.